INTERACCIONES ENTRE LA FILOSOFÍA, LA MATEMÁTICA, LA LÓGICA Y LA CIENCIA

DIÁLOGOS EN TORNO A LA OBRA DE ALFONSO ÁVILA DEL PALACIO

Luis Estrada González
Damián Islas Mondragón

Argumentos 541

Prefacio

En 2021, Alfonso Ávila del Palacio cumple 75 años y 45 de labor docente y de investigación. Probablemente, Alfonso sea más conocido por sus trabajos en filosofía de las matemáticas, en particular, que como un defensor de un cuasi-empirismo. No obstante, cabe señalar que el cuasi-empirismo de Alfonso es distinto al de los llamados "filósofos de la práctica matemática", para quienes esta es falible. Para Alfonso, la matemática no es incierta, pero es cuasi-empírica en el sentido de que los conceptos matemáticos más básicos tienen un componente empírico ineludible.

No obstante, el trabajo de Alfonso no se restringe a la filosofía de las matemáticas. También ha hecho contribuciones en diferentes áreas de la filosofía –como la filosofía general de la ciencia, la metafilosofía, la filosofía de la economía, la ética y, en no pocos casos, a las intersecciones entre esos temas–. Además, ha dedicado una porción destacable de su vida a impulsar el desarrollo de la filosofía en su estado natal, Durango, a través de la organización de diplomados y congresos, e invitando a filósofos de diversas partes del país a dar pláticas o impartir cursos. Gracias a su amor por esta disciplina, pero también a las innumerables gestiones que de manera incansable ha realizado en la Universidad Juárez del Estado de Durango, desde hace más de una década se imparte en esta casa de estudios la línea de filosofía a nivel maestría y, recientemente, se ofrece por primera vez la Licenciatura en filosofía en esta universidad.

Preparamos este volumen gratulatorio para Alfonso para reconocer su labor como filósofo, formador e impulsor de la filosofía en Durango. Los capítulos que componen este volumen son textos inéditos escritos expresamente para conversar con él sobre algún tópico de su obra, cada uno de los cuales ha sido comentado por el propio Alfonso. Los colegas que dialogan en este libro son distinguidos investigadores en diversas instituciones académicas nacionales o extranjeras, entre los que se encuentran antiguos maestros, excompañeros y exalumnos de Alfonso, todos colegas en la labor filosófica. Agradecemos a cada uno de ellos por enviar su contribución.

He aquí un homenaje abierto y vivo, en genuino reconocimiento no solo a las aportaciones de Alfonso Ávila del Palacio a esta rama del saber, sino también a su esfuerzo para que la filosofía se siga abriendo camino en esta parte del país.

*Luis Estrada González**
Damián Islas Mondragón

* Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, y Departamento de Lógica, Universidad Nicolás Copérnico en Torún.

45 años para ofrecer una respuesta a la pregunta "¿Qué papel juegan las matemáticas en las explicaciones empíricas?"

*Alfonso Ávila**

El origen

¿Por qué en estos tiempos alguien dedica su vida a la filosofía? Esta no es redituable económica, ni socialmente. Además, vivir de la filosofía nunca ha sido fácil, ni reconocido desde lo social. A semejanza de otras profesiones humanísticas o artísticas, uno tiene que convencer a la sociedad en la que vive de que cuanto hacemos tiene importancia, es gratificante o llena un hueco en la vida de las personas. Pero, lo más significativo es que uno se dedica a esta disciplina por convicción propia y a pesar de las opiniones, incluso, de nuestros seres queridos. Así pues, la filosofía más que una profesión es una vocación, es algo a lo que no podemos renunciar so pena de traicionarnos a nosotros mismos.

En mi caso, hubo una influencia callada, pero efectiva al crecer con mi abuelo, amante insaciable del saber. Me desarrollé a su lado, rodeado de libros a los que no hacía el menor caso, pero que dejaron su aroma en mi piel, su imagen en mis ojos y, seguramente, en mi subconsciente. Así pasé la infancia y la adolescencia hasta que, a la mitad de esta, en la preparatoria, que cursé en Guadalajara, me empecé a hacer las siguientes preguntas: los electrones giran alrededor de un núcleo, pero ¿por qué? ¿Para qué? ¿No podría ser de otro modo? Las respuestas que daba la física a esas preguntas no me bastaban, siempre quería ir más allá, más a las entrañas de todo eso: no tanto

* Instituto de Ciencias Sociales de la Universidad Juárez del Estado de Durango.

al cómo se dan las cosas, o suponemos que se dan, y más al porqué se dan de esa forma y no de otra. En realidad, mis preguntas eran de corte metafísico –sin saberlo, claro–. Cuando regresaba a Durango, en las vacaciones escolares, buscaba en los libros de mi abuelo algo que pudiera ayudarme a profundizar en la comprensión del mundo, primero físico y luego también social.

Esto último me llevó a estudiar economía y a adentrarme en el marxismo como una forma de intentar comprender y componer el tejido social. Pero, como lo expondré más adelante, fue ahí donde encontré una pregunta que me enganchó de por vida. Por un lado, quería entender el mundo físico y, por el otro, el mundo social; y, de repente, me encontré cuestionándome por las herramientas que me ayudarían supuestamente a contestar mis inquietudes. Es decir, me fui a una búsqueda de segundo orden al tratar de entender el conocimiento mismo, la ciencia como tal o, con otras palabras: cómo es que podemos conocer cualquier tema. Así llegué a la filosofía, en particular a la filosofía de la ciencia.

Persiguiendo una pregunta

Mi tesis de licenciatura en economía se titula "Introducción filosófica para un estudio sobre la validez de las diversas teorías económicas" (1975). La Facultad de Economía de la UNAM, donde estudié, tenía en ese tiempo un bajo nivel académico y estaba dividida en dos corrientes: la marxista y la neoclásica. Las descalificaciones entre ellas argumentaban que la otra estaba equivocada, que no entendía la economía o, incluso, que trataba de engañar a la gente para manipularla. Sin pertenecer a ninguno de los dos bandos, me decía a mí mismo que no eran posibles esas descalificaciones y que debería de haber una forma de dirimir entre teorías rivales. De ahí el título de mi tesis. En realidad, me estaba planteando una pregunta de corte filosófico, en concreto de filosofía de la ciencia y sin haber estudiado todavía esta disciplina, pero sin darme cuenta también de que ya me encaminaba hacia ella.

En medio de la discusión estaban las matemáticas, pues los neoclásicos –quienes las usaban bastante–, decían que los marxistas no las utilizaban porque empleaban "puro rollo"; mientras que estos, a su vez, señalaban que los neoclásicos simplificaban demasiado la realidad al matematizarla. Desde la preparatoria me fascinaba y, al mismo tiempo, me inquietaba esa misteriosa disciplina que trabajaba en el pizarrón o el papel, sin tomar en cuenta la experiencia, pero que se aplicaba para mandar cuetes a la luna. Incluso, varios años di la clase de matemáticas en la Facultad de Economía. Así fue como de todo eso me surgió la pregunta por el papel que juegan estas en las explicaciones empíricas, cuestionamiento que se ubica, otra vez, en el ámbito de la filosofía de la ciencia. Pero, por no tener en ese tiempo las bases para contestarla, derivé en las siguientes tres preguntas que tenía que contestar primero: ¿Qué es la filosofía y cómo se filosofa?, ¿qué es una teoría científica matematizada?, y ¿qué son las matemáticas?

¿Qué es la filosofía y cómo se filosofa?

Es evidente que primero necesitaba contestar qué es la filosofía y cómo se filosofa, porque era justo desde ahí, como lo anuncié en el título de mi tesis de licenciatura, desde donde pretendía encontrar una respuesta.

Eso me llevó a buscar primero un doctorado en filosofía de la economía, y encontré uno en Francia. Hice mi solicitud y me fui a París para iniciarlo. Pero, habiendo tomado unas pocas clases en Tours, París y Grenoble, ya que eso es posible en Europa, me di cuenta de que ese doctorado tenía mucho de economía y poco de filosofía; y, como tenía pocas bases filosóficas, decidí regresar a México para estudiar filosofía en la UNAM.

Me inscribí en la maestría en filosofía, pero como venía de economía tuve que cursar previamente dos años de la licenciatura en filosofía, con todas las materias básicas y una que otra optativa. Esta experiencia fue muy rica para mí porque la Facultad de Filosofía y Letras tenía –y tal vez todavía lo tenga–, muy buen nivel académico. Recuerdo, entre otros, a Carlos Pereira, un genial marxista autocrítico quien, en lugar de defender sus propias ideas, lo cual esperaríamos todos que hiciera, ampliaba y reforzaba las objeciones que le presentábamos en clase –no he visto cosa igual.

Terminados esos prerrequisitos, ingresé a la maestría y como becario al Instituto de Investigaciones Filosóficas (IIF). Ahí, se puede decir, aprendí a filosofar dentro de la corriente analítica, que era la que imperaba en el Instituto en ese tiempo. Los seminarios de investigadores y becarios eran un verdadero crisol de ideas y argumentos. En ellos creo haber aprendido a cultivar el diálogo racional entre iguales que caracteriza a la filosofía, según la entiendo. Mis maestros en la maestría y en el IIF eran verdaderos filósofos con ideas propias y de talla internacional. No puedo mencionar a todos y, para no omitir alguno, solo mencionaré mis asesores de tesis: Ulises Moulines y León Olivé, en la maestría, y el lógico argentino Raúl Orayen, en el doctorado. No puedo dejar de mencionar también a mis compañeros, de quienes aprendí mucho, Adolfo García de la Sienra, Raymundo Morado y Ana Bertha Nova, entre otros.

De acuerdo con esas experiencias, y filosofando un poco sobre la filosofía en una especie de circularidad inevitable, he llegado a lo siguiente:

- Al igual que Platón, la filosofía como un diálogo racional entre iguales en el que no hay dogmas, no hay verdades definitivas e inamovibles; solo hay un intento por clarificar mutuamente nuestros pensamientos.
- Acepto, con Wittgenstein, que la filosofía consiste, sobre todo, en aclaraciones conceptuales, es decir, en clarificar nuestro pensamiento y, en ese sentido, es un pensar sobre el pensar, como diría Hegel.
- Cuando pensamos filosóficamente sobre el ser, sobre nosotros mismos, o sobre la naturaleza o la sociedad, creo que en realidad pensamos sobre las ideas propias o ajenas que tenemos sobre eso, no directamente sobre esos objetos o fenómenos, lo cual lo hacemos desde las ciencias empíricas.
- En ese sentido, la filosofía no es empírica, sino puramente racional.
- En el trabajo filosófico lo que hacemos básicamente son reconstrucciones lógicas.
- Una reconstrucción lógica es una forma de proponer cómo es posible un concepto, un fenómeno o una disciplina

¿Qué es una teoría científica matematizada?

Tomando en cuenta mis estudios de economía, en mi tesis de maestría en filosofía, bajo la dirección de Carlos Ulises Moulines y León Olivé, realicé una reconstrucción estructuralista de la teoría económica de John M. Keynes (1964 [1936]), la cual implicaba encontrar la estructura lógico-matemática de la teoría. Esta no estaba originalmente matematizada y había solo unos cuantos intentos por escribirla en estos términos, a pesar de la advertencia del mismo Keynes de que eso no era posible ni conveniente. Al estudiar la cuestión, propuse que la teoría de juegos, desconocida por Keynes, era la herramienta matemática adecuada para cumplir mi objetivo. De esa forma propuse que la teoría económica de Keynes en el fondo tenía la estructura lógica de un juego de la elaboración teórica antes planteada.

De esa forma exploré en un caso concreto cómo era posible matematizar una teoría que originalmente no lo estaba y con ello obtuve una primera respuesta, al menos en parte, de cuál podría ser el papel que juega la matemática en una teoría científica: entre otras posibilidades, al parecer, aclara cuál es la estructura lógica de una teoría.

Para reforzar mi idea, analicé otras matematizaciones, así como algunas teorías científicas que nacieron matematizadas desde su origen. Con respecto a otras matematizaciones de teorías no matematizadas originalmente, analicé el trabajo de Agustín Cournot (1969 [1838]), *Principios Matemáticos de la Teoría de las Riquezas*, que matematiza la teoría de la producción de Adam Smith; así como el trabajo de Walras (1874) que matematiza la teoría del intercambio del mismo Adam Smith. La conclusión que saqué de esos análisis es que en realidad se trata de teorías diferentes: la de A. Smith, por un lado, y la de Cournot-Walras, por el otro.

La intención de usar matemáticas por parte de Cournot-Walras los obligó, como lo confiesa Cournot (1969: 23-24), a adoptar definiciones y axiomas susceptibles de formulación matemática; lo cual, al parecer, vino a determinar que crearan teorías diferentes a la de Smith. Por consiguiente, podemos decir que una matematización puede servir, como en los casos anteriores, para incrementar el conocimiento y no solo como un adorno técnico de precisión (Ávila, 2013: 23).

No obstante, en el caso de la matematización que llevé a cabo de la teoría de J.M. Keynes mediante la Teoría de Juegos, yo defendería que no se trata de una teoría diferente a la de Keynes, sino que se trata de la misma teoría solamente precisada mediante el aparato matemático. Esta idea la defendí en (Ávila, 2012); donde presento el juego de Keynes de una forma más precisa y desarrollada que en mi tesis de Maestría (Ávila, 1985) y en Ávila (2000). Creo que uno siempre debe revisarse, autocriticarse, y mejorar las ideas a las que llega en un momento dado. Así que el juego que presenté en 2012 es mejor que el presentado en 2000 y este es mejor que el presentado en 1985, con el que obtuve el grado de Maestría.

De ahí concluí que las matematizaciones, al escribir una teoría no matemática en términos matemáticos, tienen al menos dos efectos: *1*) descubre el esqueleto lógico-matemático de la teoría, como en el caso de mi reconstrucción de Keynes, o *2*) transforma la teoría original al adoptar nuevas definiciones y supuestos más fácilmente matematizables, como en los casos de Cournot y Walras.

Ahora bien, con respecto a algunas teorías empíricas que nacieron matematizadas, como son el caso de *El equilibrio de los planos* de Arquímedes (1970 [s. III a.C.]), el *Estudio del movimiento* de Galileo (1981 [1638]), y los *Principios matemáticos de filosofía natural* de Newton (1982 [1686]), me di cuenta de que todas estas, aparte de estar matematizadas, nacieron axiomatizadas siguiendo el modelo de Euclides –así que me fui primero a estudiar el hermosísimo trabajo de Euclides (1952 [s. III a.C])–. Me gustaría aclarar aquí, como ya lo mencioné arriba, que desde la preparatoria tengo una fascinación por las matemáticas, pero también por la lógica. No tanto en hacer operaciones, aunque me gusta resolver problemas, sino más bien en tratar de entender qué son esas creaciones humanas tan abstractas y bellas al mismo tiempo. Creo que los *Elementos* (1952 [s. III a.C.]) de Euclides deberían de estudiarse desde la preparatoria como un claro ejemplo de lo que es hacer matemáticas y lógica. Como se sabe, la obra de Euclides no es perfecta de acuerdo con los cánones de Hilbert, pero aun así es increíblemente bella.

En sus *Elementos*, Euclides axiomatiza la geometría de su tiempo y lo hace de la siguiente manera: *1*) define en forma abstracta los elementos que componen las figuras geométricas: los puntos, las líneas, los ángulos, etcétera; *2*) aclara las leyes lógicas que va a usar, como aquella de que dos cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí; *3*) enuncia los axiomas de los que va a partir en sus deducciones, y *4*) deduce 48 teoremas en el libro I, uno de los cuales, el 47, es el famoso teorema de Pitágoras.

Siguiendo ese modelo, y tomando en cuenta las definiciones, los axiomas y los teoremas que probó Euclides, Arquímedes aplicó eso para explicar el comportamiento de los diferentes pesos de los cuerpos añadiendo las definiciones de “peso” y de “centro de gravedad”. Sus definiciones definen los pesos relativos, no absolutos, a los cuales se les aplica la ley de la tricotomía, es decir, si A y B son pesos, entonces $A = B$ o $A < B$ o $A > B$. Además, los pesos pueden representarse mediante números, de manera que se les aplican todas las leyes de la aritmética. Con eso, Arquímedes probó las llamadas leyes de la palanca que se aplican en las balanzas de brazos iguales o en el movimiento de cuerpos mediante una palanca. Como se sabe, mientras la palanca sea más grande, se podrá mover objetos más pesados con menor esfuerzo.

Galileo, por su parte, siguiendo el mismo camino, añadió las definiciones de "velocidad uniforme" y "velocidad uniformemente acelerada". Él pretendía que esta última "corresponda con exactitud al movimiento acelerado que nos brinda la naturaleza (es decir, la caída libre de los cuerpos)" (Galileo, 1981 [1638]: 275). Para ello, representa la distancia y el tiempo mediante líneas formando figuras a las que se le aplican los teoremas de Euclides. Las distancias que recorre un móvil y los tiempos en los que recorre cierta distancia no son magnitudes iguales, pero sí proporcionales de manera que se les pueden aplicar las leyes de las proporciones, descubiertas por Eudoxo, y expuestas por Euclides en los libros V y VI. Así es como Galileo prueba geométricamente que un cuerpo en caída libre recorre en los tiempos 1, 2, 3, 4… distancias que siguen la secuencia de los números nones: 1, 3, 5, 7… Este resultado, probado de forma matemática, maravilló al mismo Galileo y lo convenció de que las leyes de la naturaleza estaban escritas en lenguaje matemático.

De estos y otros ejemplos, llegué a la conclusión de que las teorías empíricas que estaban matematizadas desde su origen lo estaban porque representaban sus términos básicos en lenguaje matemático mediante números, líneas u otros elementos matemáticos. El hecho de estar escritos axiomáticamente era solo un adorno que simplificaba su exposición y facilitaba las deducciones, pero no añadía nuevos elementos.

En conclusión, con base en esos estudios llegué a la idea de que una matematización es un proceso mediante el cual una explicación empírica se escribe en lenguaje matemático suponiendo que el fenómeno que se trata de explicar se comporta aproximadamente tal como se comportan las entidades matemáticas que se utilizan en la explicación. Esto no siempre sucede y entonces, dado que las teorías empíricas tienen aplicaciones intencionales, si esa coincidencia no se da, en ese caso se tiene que modificar esa teoría o, incluso, en ciertos casos, se debe abandonar el aparato matemático si este resulta muy restrictivo.

¿Qué son las matemáticas?

La pregunta acerca de qué son las matemáticas en general es sumamente amplia, de manera que tuve que empezar a estudiarlas por una de sus partes fundamentales: la aritmética y, más concretamente, por los números naturales, ni siquiera todos los números, confiando en lo que dijo Kronecker (1823-

1891): "Dios hizo los números naturales, el resto es obra del hombre" (en Temple Bell, 1986, p. 135). Así pues, empezando por ahí, intenté una primera respuesta en mi tesis doctoral (Ávila, 1989). La tesis se titula *Las matemáticas y las ciencias empíricas: ¿qué podrían ser los números?*

En ella, el primer capítulo analiza la definición de número dada por Frege (1950 [1884]). En el segundo se abordan algunas objeciones y soluciones a la definición fregeana de número. Ahí se analizan los trabajos de Dedekind, Russell, Cantor, Benacerraf y Gödel. En el tercer capítulo se analizan algunas ideas empiristas sobre los números, no tan diferentes, por cierto, a la propuesta de Frege –en concreto, las ideas del matemático Frechet, las de Lakatos y de Kitcher–. Finalmente, en el cuarto capítulo se expone mi primer resultado que considero original: la distinción conceptual entre los números de tres niveles distintos, todos ellos sin salirse de los naturales.

Los números de segundo nivel son los propiamente aritméticos (1, 2, 3…), los de tercer nivel son los construidos para explicar los anteriores. Ahí se encuentran los propuestos por el mismo Frege en términos de extensiones de conceptos, los de Dedekind en términos de cortaduras, los de Russell en términos de clases de clases, etcétera. Mi propuesta es que todos ellos intentan explicar los números propiamente aritméticos. Por otra parte, llamo números de primer nivel a los conceptos "pares", "tríos", "cuartetos" que hacen referencia directa a objetos empíricos. Cuando no hacemos esta distinción se puede estar hablando de diferentes números cuando decimos, por ejemplo, que estos son conjuntos –idea que refuta Benacerraf (1965) de forma ingeniosa–. En realidad, de acuerdo con mi distinción, los números propiamente aritméticos no son conjuntos ni clases, pero podemos describirlos mediante conjuntos o clases, como lo hacen Frege o Russell.

En la misma tesis propuse que la matemática es un método de conocimiento que consiste en aislar los elementos de un fenómeno, y definir estos en forma abstracta para, finalmente, reconstruir el fenómeno. Eso fue, por cierto, lo que hizo Euclides con la geometría de su tiempo, como lo expusimos arriba. Así que a ese proceso le llamé "matematizar axiomáticamente un fenómeno", si las definiciones apelaban a un lenguaje matemático.

El segundo hallazgo original sobre los números fue hacer otra distinción conceptual. La distinción que surge de preguntarse qué es lo que estamos preguntando sobre los números. Las respuestas que espera un matemático no son las mismas que las que atiende un filósofo o un historiador. A la pregunta de "¿qué son los números aritméticos?", un matemático desea una respuesta como los axiomas de Peano (1967 [1889]), mientras que para un filósofo eso no es suficiente, pues requiere una que diga cuál es la ontología y la epistemología de los números; por su parte, un historiador anhela una descripción del origen histórico de los números.

Esta distinción la expuse en Ávila (2006). Por cierto, lo que me dio más gusto de publicar mi trabajo con el reconocido matemático Reuben Hersh, profesor emérito de la Universidad de Nuevo México, fue que él lo escogió después de leerlo en una versión en español publicado en una revista de la Universidad de Chihuahua sin arbitraje y que yo pensaba de poca difusión dirigida por mi amigo y colega Heriberto Ramírez.

Lo que defendí en ese trabajo es que cuando se habla sobre números con frecuencia se establece un diálogo de sordos debido a que no se anteponen las dos distinciones conceptuales expuestas con anterioridad, es decir, mientras que un interlocutor habla tal vez de los números de tercer nivel al decir que son conjuntos, otro interlocutor, como Benacerraf (1965) tal vez quiere referirse a los números de segundo nivel al decir que no son conjuntos. Por otra parte, quizás uno espera una respuesta puramente matemática, mientras que otro, como Benacerraf (1973), quiere indagar cómo conocemos los números si estos son abstractos y nosotros vivimos en un mundo concreto.

Tomando en cuenta las investigaciones y hallazgos descritos, me di a la tarea de proponer una ontología y una epistemología para los números propiamente aritméticos o de segundo nivel. Esto lo expuse en Ávila (2011). Ahí describí cómo pueden ser posibles los números abstractos y cómo podemos conocerlos. Esto lo hice mediante una Reconstrucción Lógica que conecta la operación mental de contar con la creación de ciertas entidades abstractas que se volvieron autónomas una vez que se les definió. En ese sentido, los números de segundo nivel son el resultado de la operación mental de contar, la cual es una operación repetible que produce resultados abstractos siempre iguales sin importar quien o cuando se ejecute. A partir de ahí, no importa que III y II hayan sido los símbolos mediante los cuales registré dos cuentas de objetos, y se convierten en los representantes de algo que no tiene que ver con ninguna cuenta, ni ningún objeto, sino sólo con ellos mismos y sus definiciones: II = I y I; III = II y I, etcétera.

Tomando en cuenta lo anterior, podemos decir que la verdad de las proposiciones matemáticas no es la adecuación tarskiana (Tarski, 1941) entre P y el fenómeno que describe P, es decir, entre "2 + 2 = 4" y la suma de ciertos objetos físicos; sino que P, siendo P una proposición matemática, es verdadera si puedo encontrar un camino, por largo que este sea, que conecte esa proposición con un fenómeno de la experiencia. Este es el caso, por ejemplo, entre el número 2 y la operación mental de contar; la cual consiste en aislar objetos, quitarles todos sus atributos menos el hecho de que son objetos individuales o que consideramos individuales y repetir esa operación. De ahí obtengo ciertos fantasmas sin atributos que son propiamente dos individualidades.

Esta forma de ver las cosas soluciona el famosos dilema de Benacerraf planteado en su artículo de 1973. Ahí dice que aceptamos la existencia de entidades abstractas o no las aceptamos; si las aceptamos, no podemos conocerlas porque no tenemos una relación causal con ellas, porque nosotros somos concretos; pero si no las aceptamos, cómo podemos decir que una proposición matemática es verdadera. Al aceptar el primer cuerno del dilema, mi solución a cómo podemos conocer lo abstracto se basa en la redefinición del concepto de verdad en los términos que lo hice en el párrafo anterior.

Al llegar a este punto me dediqué a escribir tres libros para tratar de concretar mis ideas sobre las matemáticas en general. El primero de esa trilogía fue *Vigencia de la definición fregeana de número: una visión desde el empirismo* (2014). En él traté de probar que los números de Frege, definidos por él como "extensiones de conceptos", en realidad son números de tercer nivel y que, a pesar de la creencia generalizada, no están peleados con una visión empirista. De hecho, Frege conecta sus números con algo extra matemático: los conceptos, y estos pueden agrupar cosas incluso empíricas.

En ese libro desmenucé su definición de acuerdo con las objeciones que le hicieron, o se le pueden aplicar, en cuanto a los trabajos de Dedekind, Russell, Cantor, Benacerraf y Hilbert con el objeto de ver qué quedaba de la definición fregeana de número. Con Dedekind examiné si un número está asociado siempre con conceptos; con Russell verifiqué si un concepto tiene siempre un número asociado; con Cantor sondeé si un número es un conjunto; con Benacerraf revisé si el número del concepto F es específicamente el conjunto asociado al concepto "equinumérico con respecto a F", y con Hilbert profundicé la cuestión de qué es lo que prueba una reconstrucción axiomática del número –como Frege mismo trato de verificar si su definición era la adecuada, lo cual hizo en su *Leyes de la Aritmética* (1902).

Mi conclusión en ese libro fue que la definición de Frege se salva si aceptamos que se trata de números de tercer nivel, es decir, de una pintura explicativa de los números aritméticos o de segundo nivel.

El segundo libro, *Reflexiones sobre lo abstracto* (2016), reúne varios trabajos que había estado desarrollando por diferentes razones. El primer capítulo resultó de una ponencia y de las discusiones con mis colegas naturalizados, Jonatan García y Paola Hernández, principalmente. En él discuto los enfoques sugeridos por Quine (1969) y las ideas de Frege sobre lo que él llama "pensamientos", es decir, los objetos abstractos. En el segundo capítulo, producto de una clase que impartí, presento mi ontología, la cual divido en dos clases de entidades: parecidos de familia y entidades abstractas. Las primeras aglutinan a las entidades empíricas tanto individuales como universales, y las segundas se refieren a las entidades matemáticas, las lógicas y las leyes científicas irrefutables. El tercer capítulo lo presenté primero en un congreso, y trata de las diferentes formas de conocer lo abstracto, llegando a la conclusión de que si queremos conocer la ontología y la epistemología de los abstracto tiene que ser mediante reconstrucciones lógicas.

El cuarto capítulo, producto de mi lectura e interacción con Rafael Núñez, analiza la propuesta de este en el libro *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being*, de Lakoff y Núñez (2000). Este libro presenta una propuesta muy interesante acerca de cuál podría ser el origen de las entidades y leyes matemáticas. Básicamente, propone que se trata de metáforas conceptuales del mundo empírico. Coincido con esos autores en la estrategia de buscar en nuestra interacción con el mundo el origen de las matemáticas; pero mi crítica a su propuesta parte del hecho de que resulta muy aventurado suponer, como ellos lo hacen, que el mundo matemático es una copia idealizada del empírico. El hecho de ser irrefutable convierte a la matemática en algo más que una copia o metáfora del mundo físico.

En el capítulo cinco me enfoco en analizar las leyes irrefutables de las ciencias empíricas, como la segunda ley de Newton (F = m x a), por ejemplo. Ahí concluyo que esa y otras leyes que parecen describir hechos empíricos, al haber definido las variables (F, m y a) en términos abstractos, en realidad se convierten en entidades a las que se les puede aplicar las "nociones comunes" de Euclides y, por consiguiente, pueden usar entre ellas los símbolos de =, >, etcétera. En ese momento se vuelven irrefutables porque no hablan de fenómenos empíricos, sino de entidades abstractas.

El capítulo 6 se elaboró a partir de un curso de lógica que impartí en 2013. Fue revisado amablemente por la lógica Atocha Aliseda, aunque no podemos responsabilizarla a ella de las fallas que pueda contener el capítulo. Analiza primero las conectivas de la lógica clásica y propone que el comportamiento de las conectivas de cualquier lógica se fundamenta en la ontología que subyace a los discursos en los que aplicamos cada lógica. En concreto, propongo que las conectivas de la lógica clásica se fundamentan en la ontología aristotélica que divide el mundo en objetos individuales agrupables de acuerdo con cierta propiedad que comparten. De ahí podemos decir: "todos los hombres son mortales", "Juan es un hombre", por consiguiente, "Juan es mortal". Para apoyar mi idea construyo una lógica hegeliano-marxista con sus propias conectivas derivadas de la ontología de esos autores: una ontología holista, dinámica y con el motor de la contradicción.

En el capítulo siete hago una comparación entre las definiciones de número propuestas por Frege (1950 [1884]) y por Husserl (2003 [1891)]. En contra de Frege, defiendo que la propuesta de Husserl no es psicologista y que, más bien, ambos hacen reconstrucciones lógicas; con la ventaja, por parte de Husserl, de que a partir de su propuesta propone una ontología y una epistemología y no solo una ontología como es el caso de Frege.

¿Qué papel juegan las matemáticas en las ciencias empíricas?

Así, finalmente, después de 45 años de haberme planeado la pregunta acerca de qué papel juegan las matemáticas en las explicaciones empíricas, me atreví a sugerir una respuesta a esa pregunta en el libro titulado *Una visión cuasiempirista de la matemática* (2017); la cual implica contestar también la interrogante por la matemática en general.

En ese libro, una vez que, según yo, había logrado proponer una ontología y una epistemología para los números de segundo nivel, seguí el mismo procedimiento con otras ramas de la matemática: la geometría, los conjuntos y las probabilidades. De cada una de estas ramas hice reconstrucciones lógicas, lo que me arrojó que: la aritmética puede verse como la sistematización de una operación mental; la geometría puede comprenderse como la idealización de las figuras físicas; las probabilidades pueden observarse como el resultado de matematizar el azar, y los conjuntos es posible entenderlos como el resultado de la creación de un lenguaje preciso.

Al estudiar la obra de Euclides para el tema de la geometría, me detuve en los libros VII a IX que tratan de la aritmética. Es curioso observar que esta se encuentre en medio de un libro de geometría. Una lectura de Popper

(1999 [1950]) sobre los griegos me sugirió una explicación, pues este autor apunta que Platón, frente a la crisis de la aritmética por la aparición de los números irracionales, propuso que todo se fundamentara en la geometría y no en la aritmética –como sucedía a partir de Pitágoras–. De hecho, en su Academia se leía: “No entre nadie que no sepa geometría”. Al tomar eso en cuenta, propuse una explicación novedosa al hecho de que la aritmética estuviera en medio de la geometría de Euclides. Mi explicación consistió en decir que los números de Euclides en los libros VII a IX en realidad son números de tercer nivel descritos en términos de magnitudes con el objeto de explicar los números propiamente aritméticos que habían entrado en crisis.

En el capítulo tres de ese libro abordo diferentes características de la matemática, empezando por su carácter deductivo. Ahí propuse una hipótesis tal vez aventurada. En el capítulo uno había revisado el posible origen histórico de los números abstractos 3 mil años a.C. Al trabajar con los números abstractos se tuvo que generar el pensamiento abstracto, es decir, el que trascendiendo la percepción de los sentidos y pasándola por alto solo sigue el hilo de la argumentación. Siglos después, cuando llegaron los filósofos griegos, se empezaron a hacer explícitas las primeras leyes lógicas que rigen el pensamiento abstracto: el principio de no contradicción, el principio de identidad, el de tercero excluido y la reducción al absurdo. Las primeras están enunciadas en el *Poema* de Parménides, y la última en los trabajos de su discípulo Zenón. De manera que, al parecer, el pensamiento puro empezó en la matemática y cobró conciencia de sí en la filosofía –para ser usado en la matemática y en la filosofía también–. Desde ese momento, la matemática se volvió prioritaria, aunque no exclusivamente, deductiva, y la filosofía hizo de la argumentación lógica su forma de trabajar. Con esa y otras precisiones el libro concluye diciendo que:

> La matemática es una creación humana a partir del mundo natural y a veces también a partir de sus propios elementos creados y nuestras limitaciones y capacidades. Lo que ha resultado de todo eso es algo bello, inteligible y, a veces, incluso útil. Los matemáticos que fueron creando ese mundo abstracto se enamoraron de él y lo desarrollaron sin importar su utilidad por ser un mundo más sencillo, inteligible y con menos problemas que el natural (Ávila, 2017: 112-113).

Axel Barceló, filósofo de la lógica y la matemática, cuando presentó ese libro en un congreso de filosofía, dijo que tenía las siguientes características: "da una respuesta bastante sofisticada, pero que al mismo tiempo respeta las intuiciones pre-teóricas e intuitivas de los matemáticos, a las preguntas que han dejado sin dormir a los filósofos de la matemática: ¿cómo es posible el mundo abstracto de la matemática?, ¿cómo es posible que conozcamos el mundo abstracto si vivimos en un mundo concreto?, y ¿por qué funciona lo abstracto de la matemática en el mundo concreto de la experiencia?".

Por supuesto, le agradecí esa generosa caracterización porque a mí mismo me aclaró varios aspectos de mi trabajo. Naturalmente que el hecho de que en ese libro se de una respuesta a esas cuestiones no significa que sea "La Respuesta", ni que no haya otras que rivalicen con ella. Al final del libro se mencionan otras respuestas, y yo mismo creo que la mía no es el punto final de mi investigación. De hecho, he seguido investigando varios puntos débiles de ella. Pero, al margen de eso, considero ese libro como la culminación de 45 años de investigación y, hasta el momento, mi mejor obra, porque en él recojo los logros y las hipótesis que me parecen más defendibles acerca de las matemáticas.

Sin habérmelo propuesto, la pregunta sobre el papel de la matemática en las explicaciones científicas se convirtió en mi proyecto de vida, a semejanza de lo que le pasó a Frege cuando se propuso demostrar, en contra de Kant, que las verdades matemáticas eran analíticas y no sintéticas. Para ello, requirió los 28 años que hay entre la *Conceptografía* (1874) a *Las Leyes de la Aritmética* (1902), es decir, más de la tercera parte de una vida. Su respuesta final tuvo dificultades por la paradoja de Russell, pero en el camino hizo varias contribuciones invaluables que perduran hasta nuestros días.

- Guardando las debidas proporciones, a mí también me ha llevado más de la mitad de mi vida –casi el doble que a Frege– contestar una sola pregunta. Espero que si mi respuesta final no logra sostenerse por mucho tiempo al menos algunos de los hallazgos que he encontrado en el camino les sirvan a otros para clarificar sus propios rumbos. En cualquier caso, he disfrutado mucho la búsqueda de respuestas acerca de las matemáticas y no cambiaría eso por otro proyecto de vida. He tenido pocos interlocutores en ese tema, debo decirlo, y solo he continuado en esa línea por el placer mismo de la investigación –algo que creo que también comparto con Frege, a quien describen a veces como un obscuro profesor con pocos alumnos–. Por supuesto no me asemejo a él, ni de lejos, por sus importantes logros, y desearía tampoco parecérmele en su etapa final, cuando se dedicó a defender su idea y a criticar a otros filósofos y matemáticos con quienes no concordaba. En ese aspecto quiero parecerme más bien a mi otro filósofo favorito, Platón, que en su última etapa se dedicó a revisar sus propias ideas explorando nuevos caminos.

Entre las ideas que he encontrado, o he generado, puedo mencionar las siguientes en un orden lógico más que histórico:

- El pensamiento puro inició en la matemática y cobró conciencia de sí en la filosofía; a partir de ahí, la matemática se volvió prioritariamente deductiva y la filosofía hizo de la argumentación lógica su *modus operandi*.
- Al estudiar la lógica, propuse que las diferentes lógicas están fundamentadas en la ontología que subyace a los discursos en los que se aplican.
- Lo que principalmente hace la filosofía son reconstrucciones lógicas.
- Una reconstrucción lógica es un entramado teórico que muestra cómo es posible un concepto, una verdad o un fenómeno.
- Matematizar una teoría consiste en escribirla en lenguaje matemático, lo cual supone que el fenómeno que explica se comporta aproximadamente como las entidades matemáticas que utiliza la matematización.
- Al matematizar una teoría empírica en ocasiones lo que se hace es crear una teoría diferente aumentando así nuestro bagaje de teorías.
- Con respecto a los números, propuse la distinción conceptual entre números de tres niveles distintos: los de primer nivel son los conceptos "par", "trío", etc.; los de segundo nivel son los propiamente aritméticos, y los de tercer nivel son los meta-matemáticos.
- Mediante una reconstrucción lógica propuse una ontología y una epistemología para los números aritméticos, o de segundo nivel.
- De acuerdo con esa distinción, los números que describen Frege, Russell, Dedekind, Peano e, incluso, Euclides son números de tercer nivel, es decir, pinturas explicativas de los números propiamente matemáticos.
- Esa distinción conceptual resuelve la crítica de Benacerraf a esas reconstrucciones expuesta en su artículo de 1965 al decir que los núme-

ros no son conjuntos. Según mi distinción los números de segundo nivel no son conjuntos, pero los números de tercer nivel pueden describirse en términos de conjuntos.

- Por otra parte, propuse la distinción entre las respuestas que cada interlocutor espera de una misma pregunta sobre las matemáticas o sobre otros temas.
- Frente a la crítica de Benacerraf expuesta en su artículo de 1973, redefiní el concepto de *verdad* para lo abstracto al decir que una proposición que refiera a lo abstracto es verdadera, no a la manera de Tarski (1941), sino que es verdadera si podemos trazar un camino, es decir una reconstrucción lógica mediante la cual podamos llegar a esa verdad, aunque esta sea abstracta, a partir de algún fenómeno concreto.
- La matemática es un mundo abstracto cuasi-empírico por ser una creación humana que sistematiza procesos mentales, idealiza objetos y fenómenos empíricos y genera un lenguaje preciso, entre otras cosas.
- En conclusión, el papel de la matemática en las ciencias empíricas se reduce a trasformar lo concreto de la experiencia en un mundo abstracto confiando que nuestro proceso de matematización nos ayude a develar la estructura lógica de nuestras explicaciones empíricas.

Después de esos resultados revisables, por supuesto, estoy explorando ahora, entre otras cosas, las relaciones entre la lógica y la matemática a raíz de unas conversaciones con mi amigo y colega Luis Estrada, así como tras la lectura de algunos de sus trabajos. Hasta el momento, pienso que la lógica en realidad es una rama de la matemática, y siempre lo ha sido, más que de la filosofía, aunque fue esta la que la hizo visible y donde se estudia más que en la propia matemática.

Un fruto práctico de mi filosofar

Hasta aquí, algún lector podría pensar que he sido, o me he presentado, como alguien metido siempre en los libros, preocupado solo por cuestiones teóricas, pero eso no es exacto. En la infancia y adolescencia fui un niño y adolescente común y corriente alejado de los libros –como lo mencioné al principio de este escrito–. Incluso, mucho antes de hacerme la pregunta sobre la matemática que ha absorbido gran parte de mi vida, me preocupaban las desigualdades sociales entre los muy ricos y los muy pobres que generaban una multitud de conflictos. Exploré algunas posibles soluciones a esa situación –el marxismo incluido como ya lo dije más arriba–. La idea de que todos compartan todo me parecía, y me sigue pareciendo, muy sensata. Luego, tuve la oportunidad de estar en Yugoslavia, antes de su disolución, con la intención de ver cómo funcionaba un país socialista y vi niños lavando parabrisas y cosas así. ¿Cuál es la ventaja, pues, de las dictaduras de corte marxista? Así fue como llegué otra vez a la filosofía, pero ahora por otro lado; ya que me pareció que esta, entendida como un diálogo racional entre iguales, podría ser un mecanismo para que entre todos buscáramos una solución. A partir de ahí, me propuse, aparte de seguir investigando sobre la matemática y otros temas, difundir la filosofía como una forma de vida.

Eso fue más claro para mí cuando regresé a Durango después de haber estudiado filosofía en México, tal vez porque en mi tierra natal no existían estudios de filosofía en ningún nivel. Así pues, en 1991 empecé a reunirme con otros interesados en esta disciplina. Solo dos de ellos, Gerardo Aguirre y Miguel Ángel Navarrete, habían estudiado la licenciatura en filosofía, coincidentemente, también en la UNAM, aunque no los conocí allá. Durante todo 1991 nos juntamos una vez por semana a filosofar alrededor de la obra de Platón. Al final de ese año hicimos un balance y concluimos que sí estábamos funcionando como comunidad filosófica y en junio de 1992 optamos por constituirnos en asociación civil con el nombre de Instituto de Estudios Filosóficos de Durango, A. C.

Conseguimos un local prestado, formamos una biblioteca especializada en filosofía con donaciones de nosotros mismos, y las reuniones semanales se convirtieron en un seminario permanente en el que abordamos diversos temas filosóficos. La tónica en estos seminarios es que cualquier interesado en la filosofía participa libremente y sin costo; además, se respetan las ideas ajenas, aunque pueden discutirse. De hecho, de eso se trata: de llevar a cabo un diálogo racional en el que lo único que importa son los argumentos que se esgrimen para defender una idea. No se intenta adoctrinar a nadie, no hay una corriente filosófica que se priorice, ni tampoco un tema que sea más importante que otros. Si ese fuera el caso, yo hubiera promovido que solo cultiváramos la filosofía analítica y el tema recurrente sería el de filosofía de las matemáticas. En cambio, en el Instituto se filosofa desde diferentes perspectivas y ese tema, por cierto, está ausente de forma permanente. Lo único que sí está prohibido es el dogmatismo. Creemos que, en filosofía, como ya lo dijimos, no hay dogmas, hay ideas que se pueden defender y en las que alguien puede creer, lo cual se respeta, pero también puede haber otras ideas que también se deben respetar.

Gracias a las amistades que hicimos en México los tres filósofos que iniciamos esta aventura, así como también a la sensibilidad de algunas autoridades educativas durangueñas, hemos podido traer a Durango a los más connotados filósofos de nuestro país. Entre ellos a Fernando Salmerón, Adolfo Sánchez Vázquez, Luis Villoro, José Antonio Robles, Atocha Aliseda, Axel Barceló, Paulette Dieterlen, Luis Estrada, Alejandro Tomasini, Raymundo Morado, Adolfo García de la Sienra y Ana Bertha Nova, entre otros muchos.

En 1996 organizamos un diplomado irrepetible en el que se inscribieron 120 alumnos. Ahí estaba toda la intelectualidad de Durango. Como fue el primero que se ofreció en el estado, nadie se quiso quedar fuera. Había abogados, médicos, ingenieros, seminaristas, amas de casa, escritores, profesores, gnósticos, ateos, masones e, incluso, excuras. En fin, había de casi todas las corrientes del pensamiento actual. Pudimos traer como conferencistas a los arriba mencionados y a otros más; por lo que la riqueza de alumnos y profesores fue inigualable. Las clases y el diálogo entre alumnos y maestros fue de gran nivel, por lo que creo que todos aprendimos. Al final, después de un año de sacrificar viernes y sábados, lo que más me gustó fue que los alumnos salieron con hambre de más filosofía; decían “y ahora qué sigue”. Los profesores que vinieron quedaron tan complacidos del entusiasmo que volvieron a venir a Durango, algunos en varias ocasiones, a impartir cursos sin cobrar honorarios.

De ese diplomado, de otro en 2000-2001, y uno más en 2019-2020, así como de varios cursos para jóvenes e, incluso, niños se han ido despertando varias vocaciones filosóficas. Así, los niños esperaban que se abriera la carrera de filosofía, la cual inició en febrero de 2021 en la UJED; los jóvenes se fueron a estudiar a Guanajuato, Zacatecas, Puebla o México; para los adultos organizamos una maestría en Ciencias y Humanidades en la UJED, con salidas a Historia, Filosofía o Letras. De esta maestría, que ahora está en el Padrón de Excelencia de Conacyt, han egresado 29 filósofos que imparten clases de filosofía o se han ido a cursar el doctorado a la UNAM o a la UAZ.

También ha servido para que filósofos ya formados se incorporen a la UJED como profesores de tiempo completo, contratados por horas o en estancias posdoctorales.

El Instituto de Estudios Filosóficos, A. C. cumplió 20 años en 2012, año en el cual dejé su dirección y pasé la estafeta a Gerardo Aguirre, miembro fundador del Instituto, egresado de nuestra maestría y destacado profesor de filosofía. El maestro Aguirre fue electo director, de forma democrática, por los casi 30 miembros del Instituto y ya organizó dos diplomados para profesores de filosofía de los bachilleratos y público en general, así como el Primer Encuentro Regional de Filosofía, Zona Norte, el cual se realizó con mucho éxito en 2011 aquí, en Durango. Esta iniciativa tuvo muy buena respuesta en los estados vecinos, al grado de que el segundo encuentro se realizó en 2013, en Chihuahua; el tercero en 2014, en Culiacán; el cuarto fue en Monterrey, en 2016; el quinto en La Paz, Baja California, en 2017; el sexto en Ciudad Juárez, en 2018; el séptimo iba a ser en Tijuana, en 2020, pero la pandemia lo retrasó y se llevará a cabo virtualmente en mayo de 2021. Luego, volverá a tocar a Durango, tal vez de 2023.

La iniciativa de Luis Estrada, uno de esos jóvenes que después de oír al lógico Raymundo Morado en uno de nuestros diplomados y en quien pegó el gusano de la filosofía, por lo que se fue a estudiar filosofía fuera de Durango –y después de doctorarse ganó una plaza como investigador en el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM (un lugar de excelencia, por cierto)–, ha resultado en la organización de dos Encuentros de Filósofos Duranguenos con mucho éxito en 2018 y 2020. Ello significa que ya hay una comunidad filosófica en nuestra tierra.

De esta aventura, yo personalmente he obtenido múltiples satisfacciones y un sinnúmero de excelentes y entrañables amigos, como el mismo Gerardo Aquirre y Mónica Hernández, Rosalío Hernández e Irene López, María Elena García, Roberto de la Rocha, Jorge Servín, Lety Chavira, Santa Córdoba, Guadalupe Juárez, Edmundo Bermúdez, Refugio Reséndiz (Cucó), Juan Emigdio Pérez, Wenceslao Ayala, Miguel Ángel Navarrete, Ramón Reyes (Ramoncito), Liborio Alba, José María Moreno, Ismael Lares, Tania Álvarez, el Dr. Jaime Ganot, Armando Ocaña, Adriana Sánchez y su linda e inteligente hija Lluvia, Patricia Chávez y Vladimir Zaragoza, entre otros que se me escapan en este momento.

Con una gran satisfacción puedo decir, después de 30 años de haber regresado a Durango, que con la ayuda de mis amigos de aquí y de México (todos ellos auténticos filósofos y algunos de ellos, incluso, “vacas sagradas”) hemos convencido a una parte pequeña, pero significativa, de la sociedad durangueña que la filosofía es importante, interesante e, incluso, útil para sus vidas. Claro que logramos convencerlos de eso gracias a haber filosofado con ellos y así haberles mostrado la belleza de la filosofía. Además, es natural, se convencieron de ello porque ya traían en su interior el gusano de la filosofía. Lo único que hicimos fue, a semejanza de Sócrates con su mayéutica, ayudarlos a dar a luz lo que ya tenían de una forma inconsciente. Solo espero que el filosofar en Durango y la región dé sus frutos al cooperar mínimamente en la búsqueda de un mundo más racional, más humano, más igualitario, más dialógico y feliz.

Bibliografía

Arquímedes (1970 [s-III, a.C.]). *Del equilibrio de los planos y sus centros de gravedad en Científicos Griegos*, tomo II. Edición española de Francisco Vera, Madrid: Aguilar, 1970.

Ávila, A. (1985). *Reconstrucción estructural de la “Teoría General” de John M. Keynes*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México.

_____ (1989). *Las matemáticas y las ciencias empíricas: ¿qué podrían ser los números?* Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México.

_____ (2000). *Estructura matemática de la teoría keynesiana*. México: Fondo de Cultura Económica.

_____ (2006). “What in Philosophy of Mathematics Looking for?” en *18 unconventional essays on the nature of mathematics* de Reuben Hersh. USA: Springer.

_____ (2011). *The natural numbers seen philosophically*. Alemania: Lap Lambert.

_____ (2012). “Matematizar una teoría como una forma de interpretarla”, *Perspectivas*, 6 (2), pp. 3-28.

_____ (2013). “¿Qué hay detrás de una matematización: el caso de las primeras teorías económicas?”, *Perspectivas*, 7(2), pp. 3-26.

_____ (2014). *Vigencia de la definición fregeana de número: una visión desde el empirismo*. México: Plaza y Valdés.

_____ (2016). *Reflexiones sobre lo abstracto*. México: Colofón
_____ (2017). *Una visión cuasiempirista de la matemática*. México: Colofón.

Benacerraf, P. (1965). "What numbers could not be?" en Paul Benacerraf and Hilary Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics* (1983). New York: Cambridge University Press, pp. 272-294.

_____ (1973). "Mathematical Truth" en P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics* (1983). NY: Cambridge University Press, pp. 403-420.

Cournot, A. A. (1969 [1838]). *Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas*, versión española de Juan Carlos Zapatero, Madrid: Alianza Editorial, 1969.

Euclides (1956 [s-III, a.C.]). *The Thirteen Books of the Elements*. Translated by Sir Thomas L. H: *Great Books of the Western World of the Encyclopedia Britannica*, tomo II. New York: Dover Publications, Inc.

Frege, G. (1950 [1884]). *Die Grundlagen der Arithmetik. Translated by Austin in The Foundations of Arithmetic*. Oxford: Blackwell and Mott.

Galileo Galilei (1981 [1638]). *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias relativas a los movimientos de traslación*, Edición española de C. Solis y J. Sadaba, Madrid: Editora Nacional.

Hersh, Reuben. (2006). *18 unconventional essays on the nature of mathematics*. USA: Springer

Husserl, Edmund (2003 [1891]) *Philosophy of arithmetics: psychological and logical investigations, with supplementary texts from 1887-1901*. Translated by Dallas Willard, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003.

Keynes, J.M. (1964 [1936]). *The general theory of employment, interest and money*, NY: Harvest Brace & Company, 1964.

Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being*. USA: Basic Books.

Newton, I. (1982 [1686]) *Principios matemáticos de la filosofía natural y su sistema del mundo*. Edición española de Antonio Escohotado. Madrid: Editora Nacional.

Peano, G. (1889). "The principles of arithmetic, presented by a new method", en Jean van Heijenoort. (1967). *Fom Frege to Gödel*. Cambridge: Harvard University Press, pp. 83-97.

Popper, Karl (1950) "Platón y la geometría" en K. Popper (1999). *El mundo de Parménides*. Barcelona: Paidos, pp 324-348.

Quine, W. V. (1969). “Epistemology Naturalized”, en *Ontological Relativity and other essays*. New York: Columbia University Press.

Tarski, Alfred (1941). *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*. Tercera edición revisada, Oxford: Oxford University Press.

Temple Bell, Eric. (1986). *Men of Mthematics*. New York: Simon and Schuster

Smith, Adam. (1961 [1776]). *La riqueza de las naciones*. Traducción de Amando Lazaro. Madrid: Aguilar

Walras, L. (1954 [1874]). *Elements of pure economics*, traducción de William Jaffé. Londres: George Allen & Unwin Ltd.

Abstracción cuasi-empírica

*Axel Barceló**

Tal y como lo señala el propio Alfonso Ávila del Palacio, al principio de su carrera defendió una visión empirista de las matemáticas según la cual,

> […] la matemática era parte de nuestro conocimiento del mundo al igual que las ciencias empíricas, la filosofía, la religión e, incluso, el arte. Todas ellas, a semejanza de las ciencias empíricas, diferían entre sí, pensaba entonces, solo por su objeto de estudio. Bajo ese supuesto, propuse que el objeto de estudio de la matemática era la cantidad, o el aspecto cuantitativo de los fenómenos (Ávila, 2017: 132).

Para entender este primer periodo empirista del filósofo duranguense es importante distinguir números de cantidades. Las cantidades, a diferencia de los números platónicos, no son sino propiedades de segundo orden, es decir, propiedades de grupos de cosas. El ser un par, por ejemplo, es una propiedad cuantitativa tanto de los zapatos que estoy usando actualmente como de mis perros, Milú y Zack, considerados en conjunto. Esta propiedad tiene a su vez ciertas propiedades que lo asemejan y relacionan con otras propiedades cuantitativas, como la de ser una cantidad par. Esta propiedad de tercer orden la comparten, a su vez, las propiedades de ser un par y la de ser un cuarteto, etc. Es natural, pensar que podemos estudiar estas propiedades de

* Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México.

segundo orden a través de este tipo de propiedades y relaciones de tercer orden y que al hacer esto no estaríamos haciendo sino lo que en la actualidad llamamos aritmética. Además de que si estudiáramos otros aspectos de estas propiedades de segundo orden terminaríamos haciendo otras ramas de la matemática, como también propuso el mismo Ávila del Palacio al principio de su carrera como filósofo de las matemáticas.

> Propuse que lo numerable era el origen de la aritmética y el álgebra; lo extenso había sido interpretado mediante la geometría y la topología; el estudio conjunto de ambos aspectos de la cantidad había dado origen a la geometría analítica y al cálculo; y el estudio del aspecto cuantitativo de los fenómenos sociales había dado origen a la estadística y al estudio matemático de las probabilidades (Ávila, 2017: 132).

Pese a sus obvias ventajas –especialmente a la hora de tratar de explicar el éxito de las matemáticas aplicadas en el mundo real–, en años más recientes, Ávila del Palacio ha encontrado este emprimo insostenible pues:

> [...] tiene los siguientes problemas: *a*) algunas entidades matemáticas (los números 2 y 3, por ejemplo) se parecen a ciertas cosas empíricas (los pares y los tríos de cosas), pero hay otras entidades matemáticas que definitivamente no tienen correlatos empíricos (los números transfinitos, por ejemplo); *b*) las entidades matemáticas son inmutables, mientras que el mundo empírico está cambiando constantemente; *c*) las entidades y leyes matemáticas son inmunes a la experiencia, pero si lo matemático es un reflejo isomorfo de lo empírico debería ser posible que ciertas experiencias del mundo empírico nos forzaran a modificar las leyes matemáticas correspondientes, lo cual es impensable en matemáticas. Todo lo cual, nos indica que las entidades matemáticas siguen sus propias reglas independientemente de lo que pase en el mundo empírico espacio-temporalmente determinado; o, con otras palabras, que su naturaleza no es empírica (Ávila, 2017: 18).

En el presente ensayo no entraré a discutir si efectivamente estas consideraciones son suficientes para afirmar que el empirismo es insostenible o si hay o no manera en que el empirista pueda responder a las críticas de Ávila del Palacio. Para los objetivos de este texto, concedámosle que estas razones son buenas para, por lo menos, explorar otras opciones, cercanas pero distintas al empirismo tradicional, que es justo lo que busca el filósofo mexicano con su propuesta cuasi-empirista: proponer una alternativa al empirismo que supere las limitaciones de este.

En la propuesta de Ávila del Palacio, el cuasi-empirismo se ofrece como una posición intermedia entre el empirismo y el platonismo. A partir del seminal trabajo de Benacerraff, suele pensarse que sería ideal poder desarrollar una filosofía de las matemáticas que pueda combinar una semántica y metafísica platonistas con una epistemología empirista, y es justo esto lo que Alfonso Ávila trata de lograr con su propuesta cuasi-empirista. Del platonismo, mantiene el dualismo metafísico entre entidades concretas y abstractas, y la tesis ontológica de sentido común de que las entidades matemáticas pertenecen a este segundo grupo, es decir, que son abstractas. Sin embargo, se distingue del platonismo tradicional en su rechazo a la tesis de que la realidad matemática es por completo independiente de la actividad humana. En su lugar, Alfonso Ávila propondrá que los objetos matemáticos, pese a ser reales y abstractos, tienen su *orígen* en lo concreto y empírico. "La matemática, aun y cuando es un mundo abstracto que se ha independizado de la experiencia –sostiene Ávila del Palacio–, tuvo en gran parte su origen en nuestra manipulación del mundo empírico" (2017: 143). En este sentido, su cuasi-empirismo es un realismo similar al que ha propuesto también, por ejemplo, Madeline Muntersbjorn para quien "uno puede ser realista acerca de los objetos matemáticos sin sostener que la existencia de estos objetos sea totalmente independiente de los medios simbólicos a través de los cuales emergen" [traducción propia] (2003: 162).[1] Y la clave aquí se encuentra en el uso que hace Muntersbjorn del modificador "totalmente": en un sentido, el cuasi-empirista, en tanto realista, mantiene la posición de sentido común de que las verdades matemáticas se sostienen, más allá de lo hagamos o dejemos de hacer los seres humanos, pero, a diferencia del platonista más radical, sostiene que esta independencia no es *total*. Al igual que Muntersbjorn, Ávila del Palacio quiere defender que "la matemática abstracta existe como una creación humana que se independizó de sus orígenes y tiene vida propia" (2017: 143). Sin embargo, a diferencia de ella, el filósofo mexicano no

[1] "One may be a realist about mathematical objects without subscribing to the view that the existence of these objects is wholly independent of the symbolic means via which they emerge".

busca superar la dicotomía realismo/constructivismo a través de algún tipo de emergentismo. En este sentido, la de Ávila del Palacio es una propuesta ontológicamente más modesta. Para él, el mundo humano y el matemático son independientes de forma ontológica, pero no lo suficiente como para no permitir el acceso epistémico de un mundo al otro. Por ello, para él la relación de la matemática con los matemáticos es epistemológica en lo fundamental, y no ontológica.

A la distinción entre el empirismo tradicional y un cuasi-empirismo como el de Ávila del Palacio le corresponde una distinción entre dos maneras en las cuales la matemática puede relacionarse con la experiencia empírica y el mundo concreto al que así accedemos. Para el empirista, la matemática es una ciencia empírica, es decir, su contenido y su justificación, los dos cuernos del dilema de Benacerraff, son empíricos, y se distingue de las otras ciencias empíricas particulares, como la biología o la economía, en su nivel de abstracción nomás. Para el cuasi-empirista, la matemática no es una ciencia empírica, sino formal. Ni su contenido ni su justificación son empíricos; su contenido es abstracto, no concreto, y su justificación es *a priori*, no *a posteriori*.[2] Sin embargo, sus objetos no son por completo independientes del quehacer humano como sostiene el platonista, como ya mencionamos, sino accesibles por *abstracción* a partir de objetos y hechos empíricos.

Es muy fácil pensar que hay un vínculo muy natural entre lo abstracto como categoría ontológica y la abstracción como proceso cognitivo; sin embargo, la realidad es que la abstracción suele usarse, más bien, para generalizar a partir de nuestra experiencia con hechos y objetos concretos particulares, y no para pensar sobre entes causalmente inertes sin ubicación en el tiempo o el espacio. La abstracción nos permite extraer información de un caso particular que pudiera ser útil para pensar otros casos similares, pero por lo general esto significa que abstraemos de casos concretos para pensar otros casos igual de concretos. A partir de mi experiencia manejando en la Ciudad de México, por ejemplo, puedo abstraer información que me puede ser útil si alguna vez manejo en otra ciudad del mundo. Sin embargo, este

[2] Otro tema fascinante del que no hablaré en este breve ensayo es el de la compleja relación entre abstracción y aprioricidad. Al lo largo de este ensayo sigo a Ávila del Palacio en equiparar lo empírico con lo concreto, pero reconozco lo problemático de esta equiparación. Agradezco a Jhonny Jaramillo Serna el señalarme la importancia de este punto.

tipo de abstracción no es el tipo de abstracción que le puede ser útil al proyecto cuasi-empirista, pues no sale del ámbito de lo concreto. En consecuencia, la viabilidad del cuasi-empirismo depende por completo de la solidez de esta distinción y en particular de la diferencia entre un tipo de abstracción interna al ámbito de lo empírico, y una abstracción capaz de darnos acceso, a partir de objetos concretos, objetos de un tipo ontológico distinto, es decir, entre lo que podríamos llamar un sentido semántico de "abstracción" y uno que Ávila del Palacio llama "lógico".

En décadas recientes, la abstracción en el primer sentido ha adquirido cada vez mayor importancia dentro de la filosofía de la ciencia. Esta manera de abstraer involucra generalizar, simplificar, idealizar, pero sin perder de mira el contenido empírico (Martínez y Huang, 2015; Barceló, 2019). Así son las abstracciones de las ciencias empíricas. Nuestra nación de "gas ideal", por ejemplo, es una idealización que surge de abstraer de los gases de los que realmente tenemos experiencia ciertas complejidades que nos permiten formular leyes físicas más simples, pero dichas leyes, aunque estén formuladas de forma explícita en términos de estos gases ideales, siguen tratando sobre el comportamiento de los gases no ideales.

La abstracción matemática, según la propuesta cuasi-empirista, en contraste, es de otro tipo; una cuyo sentido ya no reside en su capacidad para ayudarnos a dar cuenta del mundo empírico, sino en su capacidad de generar su propio espacio autónomo de aplicación. En este proceso, nuestras abstracciones pierden todo su contenido empírico para volverse sobre sí mismas. El reto del cuasi-empirista, entonces, es darle sentido a esta segunda manera de hablar de la abstracción y distinguirla de la primera y más común abstracción presente en las ciencias empíricas. Si la distinción no se sostiene y este segundo sentido de abstracción es absurdo o, de hecho, imposible, todo el proyecto cuasi-empirista se derrumba por falta de cimientos conceptuales. Desafortunadamente, y pese a la enorme importancia que posee este concepto dentro de la propuesta cuasi-empirista, Ávila del Palacio no nos da demasiados detalles sobre cómo funciona este tipo de abstracción con exactitud. Dado que el proyecto cuasi-empirista es ya de por sí bastante complejo de formular, entiendo por qué Ávila del Palacio decidió no entrar en demasiado detalle a la hora de desarrollar este concepto, pero sí creo que es necesario decir más. El objetivo del presente ensayo es justo ese: señalar algunas direcciones por las cuales se puede entender mejor este segundo tipo de abstracción de tal manera que el proyecto cuasi-empirista de Ávila del Palacio se mantenga como una alternativa viable frente a las posiciones tradicionales dentro del complejísimo debate sobre los fundamentos de la matemática. Sin embargo, no prometo mostrar qué abstracción de este tipo nos puede dar acceso a los números naturales o ningún otro objeto matemático particular. Mi propósito es mucho más modesto: espero poder mostrar que hay un tipo de abstracción que en efecto nos permite acceder de manera epistémica a objetos abstractos *en general* y que, por lo tanto, puede jugar el tipo de papel epistémico que Ávila del Palacio le otorga dentro de su proyecto cuasi-empirista.

Para el proyecto cuasi-empirista de Ávila del Palacio, entonces es fundamental entender que las entidades matemáticas son objetos abstractos, no solo en el sentido ontológico tradicional capturado por el dualismo metafísico que le concede al platonista, sino en este segundo sentido, que lo acerca al empirismo. En otras palabras, para el cuasi-empirista, los conceptos matemáticos no son solo ontológicamente abstractos en su extensión, sino también abstraídos (de lo empírico concreto) en su origen. En este punto, la primera aclaración pertinente para entender el proyecto cuasi-empirista es que la noción de "origen" relevante aquí no es en realidad histórica, ni cognitiva, sino lo que Ávila del Palacio llama "lógica", aunque a mí me parece más apropiado llamarla "epistemológica":

> [...] frente a la pregunta por el origen de los conceptos matemáticos, el historiador recurre a ciertos datos históricos; mientras que el filósofo realiza un análisis lógico de dichos conceptos. De manera que, al historiador de la matemática le interesa el origen y el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos; y al filósofo de la matemática le interesa, más bien, el origen de esos conceptos, es decir, a partir de dónde es posible llegar a ellos (Ávila, 2017: 16).

De esta manera, Ávila del Palacio nos urge no pensar en el proceso relevante de abstracción solo como un proceso histórico o cognitivo –como lo verían, por ejemplo, Lakoff y Núñez (2000)–m sino como un proceso lógico. Solo así, sostiene, se puede cruzar la frontera ontológica que separa lo concreto de lo abstracto. Así pues, la abstracción relevante para el cuasi-empirismo "se trata de un entramado conceptual mediante el cual se le asigna un sentido a cierta idea, concepto o pensamiento" (Ávila, 2017: 26). Desafortunadamente, esta caracterización es, a lo más, metafórica, pues ¿qué puede significar *asignar* un sentido a una idea, concepto o pensamiento, si sin sentido no es posible que exista la idea, el concepto o el pensamiento? Como bien debimos haber aprendido del trabajo de Wittgenstein (1953), no es que las ideas, conceptos o pensamientos puedan existir independientes, esperando que les asignemos algún sentido para poderlas pensar; los conceptos surgen con el propio uso, los pensamientos con el pensar. Pero, también nos advirtió el filósofo austriaco, así como no hay lenguaje privado, hay un sentido más robusto de “concepto” para el que es necesario cierto uso regular, constituido de forma social. Es este tipo de conceptos los que necesitamos generar para poder contar con un lenguaje estable sobre el cual construir de manera riguroso un conocimiento matemático objetivo (Manders, 2008 [1995]). Ávila del Palacio mismo reconoce que para que la abstracción lógica pueda jugar el papel que le ha asignado el proyecto cuasi-empirista, debe ser robusta en este sentido, es decir, debemos poder determinar “cómo es que cualquier ser humano puede llegar, por ejemplo, a la noción de número; es decir, a partir de qué nociones más primitivas y mediante qué procesos mentales es posible construir la noción de número” (Ávila, 2017: 26).

Es extraño que Ávila del Palacio use aquí la expresión “construir” cuando esta suele utilizarse por los constructivistas para denotar un tipo de dependencia ontológica. En otras palabras, de manera común se piensa que si alguien construye algo ese algo que construye depende ontológicamente del haber sido construido y, en última instancia, de quienes lo construyen. Por ejemplo, si yo agarro esta hoja de papel y con ella armo un avioncito, este avioncito de papel dependerá, tanto en su existencia como en su ser, de mí y del hecho de que yo lo construí. En otras palabras, el avioncito existe porque yo lo construí, y es un avioncito, porque eso fue lo que construí.

Sin embargo, es claro que para el cuasi-empirista lo abstraído, es decir, aquello a lo que se accede a través de la abstracción, no surge de este proceso y, por lo tanto, no depende ontológicamente de él, ni de nosotros –los que la llevamos a cabo–. No es que lo que se abstrae no existe hasta que es abstraído, como lo construido no existe hasta que es construido, sino que es como lo visto, que existe aun antes de ser visto. Esto significa que lo abstracto no necesita haber sido abstraído para existir, sino que pertenece a un espacio ontológico autónomo. En consecuencia, el tipo de abstracción lógica que le interesa al cuasi-empirista no es una en la que se generan un nuevo tipo de entidades, sino un nuevo tipo de conceptos, representaciones, procesos, técnicas, etc., lo que Ávila del Palacio llama un nuevo “entramado conceptual”. En sentido estricto, esto es lo que construimos –lo que surge y se crea– en el proceso de abstracción, no los objetos matemáticos propiamente dichos. El objetivo central de la abstracción no es fundamentar de forma ontológica el ámbito de lo abstracto, sino "[...] construir un puente [epistémico] plausible entre lo empírico y [entidades abstractas, como] los números de la aritmética pura" (Ávila, 1993: 101).

El lector atento notará inmediatamente que en la caracterización de abstracción que hace Ávila del Palacio se habla de "procesos mentales" y, por lo tanto, puede preocuparle en qué sentido esta no es una noción cognitiva, contrario a lo que nos había anunciado. Y aquí el autor echa mano de la distinción entre "procesos lógicos" y "procesos psicológicos", que habían enarbolado ya anti-psicologistas de finales del siglo XIX (como Husserl y Frege) y que debe ser familiar a cualquier filósofo de las matemáticas o de la lógica del presente siglo (Ávila, 1993: 26). Pensemos en un proceso lógico simple, digamos *Modus Ponens*. Es importante distinguir entre la regla lógica del *Modus Ponens*, la cual puede explicitarse en un sistema formal –y hacerse así pública–[3] y los procesos inferenciales concretos en los que alguien infiere el consecuente de un condicional de este y su antecedente. Solo estos segundos son fenómenos congestivos, psicológicos; mientras que el *Modus Ponens* es más bien una regla *lógica*. La abstracción relevante para el cuasi-empirismo es lógica y no psicológica en este sentido, es decir, se puede describir por un sistema de reglas que puede hacerse explícito a la manera en que el *Modus Ponens* puede hacerse explícito en una regla de derivación. Por esto Ávila del Palacio llama a este proceso "construcción", y al trabajo filosófico de hacer explícitas las reglas que lo gobiernan "reconstrucción". Lo que se reconstruye, en este sentido, es la manera en que *hemos ya* logrado acceder al mundo abstracto de las matemáticas.

Alfonso Ávila del Palacio, de forma correcta, parte del supuesto de que, de hecho, *ya* sabemos matemáticas y, por lo tanto, ya hemos logrado algún tipo confiable de acceso epistémico a los hechos matemáticos de los que tratan nuestras teorías de dicha ciencia formal. La abstracción ya sucedió, y lo que nos queda como filósofos es hacer explícita la manera en que cualquiera de nosotros puede adquirir los conceptos matemáticos y, a través de ellos, tener pensamientos y conocimiento matemático. En otras palabras, lo que busca el filósofo cuasi-empirista no es generar nuevos conceptos para pensar la

[3] Una explicación más detallada de cómo se relacionan formalización, publicidad y objetividad aparece en Barceló (2011).

matemática, sino explicar y analizar los que ya poseemos y con los cuales ya hacemos matemáticas, es decir, explicar cómo es posible la matemática (Ávila, 2006: 247). Esto significa que su proyecto puede verse como una conciliación del proyecto logicista (a la Frege y Husserl [*cfr*. Ávila, 1993: 26]) con el empirismo, tal y como lo buscaban los neopositivistas. En otras palabras: el proyecto cuasi-empirista debe verse como un tipo de empirismo lógico, es decir, un proyecto filosófico para determinar "cómo encajan las matemáticas (y otras ciencias aparentemente no empíricas) con las ciencias empíricas" [traducción propia] (Creath, 2020)[4] sin abandonar a la experiencia empírica como fuente central de conocimiento.

Hasta ahora lo que hemos logrado es dar una caracterización *funcional* de la abstracción lógica, es decir, solo hemos explicado qué papel juega este tipo de abstracción dentro del proyecto cuasi-empirista de Ávila del Palacio. Sin embargo, falta mostrar que una abstracción de este tipo es genuinamente posible. En otras palabras, falta decir más sobre cómo es posible construir conceptos por completo abstractos, es decir, sin contenido empírico alguno, a través de la abstracción. Lo que quiero sugerir en lo que me queda de este ensayo es una manera, tal vez útil, de pensar a este tipo de abstracción a través de un ejemplo no-matemático. Por principio de cuentas, podemos acceder al concepto de *caballo* por medio de una abstracción empírica a partir de nuestras experiencias con caballos (o refiriendo a las experiencias de otros). De la misma manera podemos acceder a, digamos, el concepto de *alas*. Luego, podemos combinar estas dos abstracciones, definir el concepto de *pegaso* –como caballo alado– y con él crear historias de ficción. Este nuevo concepto, pese a tener su origen epistémico (que no ontológico) en la experiencia, no tendría contenido empírico alguno. Sin embargo, sigue teniendo sentido decir que tenemos acceso empírico a dicho concepto, aunque dicho acceso no sea directo –después de todo, no obtuvimos el concepto de manera directa de nuestra experiencia con pegasos–, sino de forma indirecta. Según Ávila del Palacio algo similar sucede en nuestra manera de definir los objetos matemáticos: así como una historia sobre pegasos no es una historia sobre caballos, una teoría sobre números tampoco es un teoría sobre cantidades, aunque nuestro concepto de *número* se haya originado en nuestro estudio de las cantidades, justo como nuestro concepto de *pegaso* se originó en

[4] "[…] how the mathematical (and other apparently non-empirical sciences) fit together with the empirical ones".

nuestra experiencia y conocimiento de los caballos. Creo yo que así es cómo debe entenderse la posibilidad de tener discursos cuyo objeto sea independiente de su origen y, en particular, que así debería entenderse la afirmación de Ávila del Palacio de que "la matemática abstracta existe como una creación humana que se independizó de sus orígenes" en la manipulación y experiencia humana concreta (Ávila, 2017: 143). En otras palabras, así creo yo que es posible tener conceptos cuyo origen sea concreto y empírico, pero cuya extensión sea abstracta y, por lo tanto, no empírica.

Por supuesto, alguien podría decir que el concepto de *pegaso* sigue teniendo contenido empírico, o por lo menos tanto contenido empírico como el de *caballo* en tanto podemos imaginar cómo se vería un pegaso y si se nos presentara uno, podríamos identificarlo también empíricamente; es más, la razón principal por la cual sabemos que no hay pegasos es justo porque, si los hubiera, es muy probable que ya los hubiéramos visto (o tenido algún otro tipo de evidencia empírica de su existencia) y, de hecho, nadie ha visto alguno (y si hubieran habido, habrían dejado algún rastro, también perceptible). Pero aquí es donde se vuelve útil la distinción que hace Ávila del Palacio de diferentes niveles ontológicos. Si bien él la desarrolla para los conceptos matemáticos, también es útil para tratar con los conceptos de ficción (como habría de esperarse si tengo razón sobre lo parecidos que son este tipo de conceptos y los matemáticos, por lo menos en este respecto). Una manera de responder al reto del empirista es señalar que, para el dualista metafísico, decir que hay o no hay pegasos es ambiguo dependiendo del tipo de entidades de las que se hable. Los pegasos entes concretos no existen, pero eso no significa que no existan tampoco los pegasos ficticios. En este sentido, el mismo término *pegaso* es ambiguo, pues a veces lo usamos para hablar de ciertos entes de ficción (los cuales sí ocurren en, por ejemplo, la mitología griega, pero no en la purépecha) y otras veces lo usamos para denotar al concepto de *caballo alado*, el cual es vacío ya que no existen los pegasos. Según Ávila del Palacio, es fundamental distinguir ambos conceptos, pese a ser homónimos y similares en cierto respecto, ya que cada uno pertenece a un ámbito de la realidad distinto: uno al de lo concreto, empírico y real, y otro al de lo ficticio[5] (aun cuando los pegasos también son entes concretos, empíricos y reales *en la ficción*).

[5] Agradezco a Jhonny Jaramillo Serna insistirme en este punto.

Esto significa que no debemos ubicar la diferencia entre ellos en sus condiciones intensionales de aplicación –después de todo, ambos corresponden a caballos alados en algún sentido–, sino en su *uso* o *función*. Es en su uso que el concepto *pegaso* ha devenido ficticio y este uso es legítimo. Si lo quisiéramos usar de otra manera, por ejemplo, para hacer zoología (no fantástica), no tendría mucho sentido ya que solo serviría para decir cosas como que los pegasos no existen (en el ámbito de lo concreto real).

Quiero dejar claro que mi ejemplo de *pegaso* solo es eso: un ejemplo, es decir, una manera como un concepto sin contenido empírico sigue teniendo un origen empírico, pero no la única manera ni si quiera la manera en la que comúnmente lo tienen los conceptos matemáticos.[6] Basta para hacer plausible la tesis cuasi-empírica de que algo similar sucede con los conceptos matemáticos: tienen su origen en la experiencia empírica, pero una vez abstraídos, a través de su uso los hemos utilizado para acceder el ámbito de lo abstracto. No los hemos empleado para hacer ficción, y en eso se distinguen de conceptos como *pegaso*, sino para hacer, bueno, matemáticas.

> En sus orígenes los seres humanos que la fueron creando, tal vez, intentaban sistematizar ciertos procesos mentales, o simplificar el mundo empírico; pero, una vez que fueron creando ese mundo abstracto, bello y bastante armónico, al parecer, se enamoraron de él por su belleza y simplicidad, y continuaron desarrollándolo sin importarles si ese mundo abstracto correspondía o no al mundo natural.

La mejor manera de ilustrar cómo este tipo de abstracción puede generar conceptos genuinamente matemáticos dentro de un marco cuasi-empirista es remitirse al trabajo de Ávila del Palacio, en particular a sus reconstrucciones lógicas de la estadística, la geometría, la estadística, etc. (1993: 79-102). Así podemos ver cómo, por ejemplo, de nuestra experiencia de objetos redondos, como naranjas o discos, podemos abstraer los concepto empíricos de *objeto redondo* o *figura circular*, pero para llegar al concepto geométrico de *círculo* debemos hacer un proceso lógico más complejo: no basta ignorar los elementos particulares que distinguen un objeto redondo de otro o sustraer al objeto mismo para quedarnos con su sola figura, sino que es necesario hacer algo distinto, otro tipo de abstracción.

[6] Agradezco a Daniel Alanís Caracheo insistirme en este punto.

Contrario a lo que sostiene Ávila del Palacio, justo esto es lo que logra ya Euclides con su geometría, por ejemplo, al definir al círculo como la figura geométrica cuyos puntos equidistan de su centro. Con esta definición, Euclides convierte un tipo de figura –la figura de los objetos redondos– en un criterio de comparación entre líneas. De todas las características que podemos detectar en la figura de un objeto redondo, Euclides selecciona esta propiedad como *definitoria* del círculo no por ningún criterio empírico, sino porque es la más útil para elaborar una teoría exacta y rigurosa de la longitud como magnitud pura, es decir, autónoma y formalmente definida. No es el hecho de que ningún objeto concreto tiene en realidad una figura redonda a la perfección lo que hace que el concepto de *círculo* no sea empírico –después de todo y como ya señale, la ciencia está llena de conceptos empíricos idealizados que no corresponden a ninguna propiedad real que exhiban los objetos concretos–. Más bien, y como señalaba ya en mi ejemplo de *pegaso*, es solo en su uso que una representación puede ser o dejar de ser empírica: es en el momento en que empezamos a usar *pegaso* para contar historias o *círculo* para estudiar magnitudes geométricas definidas de manera formal con el máximo rigor que estas dejan de ser empíricas para devenir ficticias o matemáticas (Manders, 2008 [1995]).

Recordemos que lo que se está buscando en la reconstrucción lógica de estos conceptos es una epistemología para las matemáticas. Para que el proyecto cuasi-empirista de Ávila del Palacio funcione, no es necesario que todos los conceptos necesarios para captar el reino de lo abstracto se puedan construir de esta manera, solo basta que los conceptos *matemáticos* puedan reconstruirse así.[7] Es posible que, aun si el proyecto funcionara para los conceptos matemáticos,[8] este modelo no se pueda extender con facilidad a otros conceptos abstractos, no lo sé. Sin embargo, lo dudo. Después de todo, ¿qué otros conceptos podrían estar más alejados de la experiencia que los conceptos matemáticos? En otras palabras, si el cuasi-empirismo funciona para los conceptos matemáticos, ¿para qué conceptos no funcionaría? No es casualidad que el adjetivo "abstracto" derive del verbo "abstraer". Pero, reitero, este proyecto cuasi-empirista más general es otro, no el de Ávila del Palacio.

[7] Agradezco este punto a Jesús Ramírez-Bermúdez.

[8] Aunque, por supuesto, bien se podría dudar que el cuasi-empirismo sea capaz de darnos una epistemología para *todas* las matemáticas, más allá de áreas como las que menciona el propio Ávila del Palacio: aritmética, geometría, estadística, etcétera.

Bibliografía

Ávila del Palacio, Alfonso (2017). *Una visión cuasi-empirista de la matemática*, Colofón. (2006)

_____ "What Is Philosophy of Mathematics Looking for?" en Reuben Hersh (editor) *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, Springer, 236-249.

(1993)

_____ "¿Existen números fuera de la matematica?", *Theoria: An International Journal for Theory, History and Foundations of Science* 8(19): 89-112

Barceló, Axel (2019) *Sobre el Análisis*. (2019) Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM. (2011) "Formalización y Legislación", en Godfrey Guillaumin.

Creath, Richard, "Logical Empiricism", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2020/ entries/logical-empiricism/>.

Huang Xiang y Sergio Martínez (eds.) *Historia, Prácticas y Estilos en la Filosofía de la Ciencia: hacia una epistemología plural*, UAM/Miguel Ángel Porrúa, México.

Lakoff, G. y Núñez, R.E. (2000). *Where mathematics come from*. USA: Basic Books.

Manders, K. (2008) [1995], "The Euclidean diagram", in *Philosophy of Mathematical Practice*, P.

Mancosu (ed.), Oxford: Clarendon Press, 2008, pp. 112-183. (Originalmente circulado en forma de manuscrito en 1995)

Martínez, Sergio F. y Xiang Huang (2015) *Hacia una filosofía de la ciencia centrada en prácticas*. México: Bonilla Artigas Editores / Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.

Muntersbjorn, Madeline M. (2003) "Representational Innovation and Mathematical Ontology", *Synthese* 134(1/2, Logic and Mathematical Reasoning): 159-180

Wittgenstein, Ludwig (1953). *Philosophical investigations*. Blackwell. 15

Comentario a Axel Barceló

Alfonso Ávila

Estoy sumamente complacido con este escrito de Axel Barceló debido a que: *1*) se abocó de una manera muy seria en mi libro más querido –y, según yo, más logrado– sobre las matemáticas; *2*) porque lo expone de una manera tan clara, yendo al meollo de la cuestión, que se me iluminaron con su lectura algunas cuestiones de mi propia argumentación; *3*) porque va más allá de mi defensa del cuasi-empirismo al aportar elementos nuevos para reforzar la posibilidad de ese proyecto, y *4*) porque señala algunas debilidades de mi escrito.

Cuando uno escribe un libro o un artículo con toda la dedicación y sinceridad intelectual de que se es capaz, nada le complace más que encontrar lectores que se tomen en serio la terea de entender lo que tratamos de decir. Ya sabía que Barceló había comprendido el meollo de mi escrito cuando me hizo el favor de presentarlo en un congreso, pero ahora lo he constatado con más precisión.

Barceló empieza analizando mi primer intento por comprender las matemáticas desde una perspectiva empirista. Después, profundiza en mi propuesta cuasi-empirista, y distingue varias cuestiones: *a*) el empirismo en general, de mi cuasi-empirismo cercano al platonismo, siendo el primero un proceso *a posteriori* y el segundo *a priori*; *b*) las abstracciones como generalizaciones que van de lo concreto a lo concreto, de aquellas que van de lo concreto a lo abstracto, que son las que se necesitan para justificar que partiendo de lo empírico lleguemos a los conceptos abstractos de la matemática; *c*) el origen empírico de lo abstracto como un proceso histórico-cognitivo o psicológico, del origen empírico como un proceso lógico (epistemológico), y, *d*) por último, distingue lo que significa construir algo nuevo a diferencia de reconstruir lo que ya existe –como es el caso de los conceptos matemáticos que ya conocemos y manejamos–. De acuerdo con Axel Barceló mi proyecto cuasi-empirista se va por el segundo cuerno de todas esas distinciones, pero, la verdad, yo no era consciente de todas ellas con la claridad que lo expone Barceló.

Sin embargo, dice Barceló, falta mostrar que ese tipo de abstracción es posible para construir, a partir de algo empírico, conceptos abstractos sin contenido empírico. Para probar que eso es posible, Axel se vale de un ejemplo fuera de la matemática, pero muy ingenioso. El concepto *pegaso* es abstracto, dice, pero puedo llegar a él a partir de *caballos* y *alas* empíricas. *Pegaso* existe en la ficción desligado de su origen, como yo presento los conceptos matemáticos, pero no existe en el mundo real; de ahí que el concepto *pegaso* es un objeto abstracto sin contenido empírico, no en sí mismo, sino por su uso en la ficción. Este ejemplo me parece una gran aportación de Axel Barceló para fundamentar la posibilidad de que ese tipo de abstracción es posible y, por consiguiente, para que el proyecto cuasi-empírico "se mantenga como una alternativa viable frente a las posiciones alternativas en fundamentos de la matemática".

En cuanto a su crítica cuando digo, contradiciendo a Wittgenstein, que mediante una reconstrucción lógica se le otorga sentido a una idea, concepto o pensamiento, me refiero a que un concepto como el de *número* –que aparece en diferentes discursos matemáticos, meta-matemáticos y extra-matemáticos– puede tener diferente sentido en cada uno de esos discursos, y para aclarar eso se requiere una reconstrucción lógica que aclare los diferentes sentidos. Eso fue lo que intenté en otros textos (Ávila, 1993; 2006) con la distinción entre números de primer, segundo o tercer nivel. Pero reconozco que eso no lo aclaré en el texto analizado cuando dije que hay que asignarle un sentido a un concepto, por lo cual agradezco a Barceló que haya señalado esa confusión.

Me pareció muy acertado de parte de Axel Barceló que, aparte de revisar el libro que analiza minuciosamente, contempló también dos textos míos centrales para la discusión, así como los textos de otros autores, él incluido –algunos, por cierto, nuevos para mí.

Lógica y libertad

*Raymundo Morado**

Quisiera usar este espacio para hacer una breve celebración. Quiero aplaudir a nuestro colega, maestro y amigo Alfonso Ávila del Palacio mediante la celebración de un aspecto de la lógica que puede interesar al público en general. Hablaré de algunas cosas que entre especialistas no son normalmente comentadas. Creo que están en el trasfondo de nuestra labor, pero no son siempre explícitas. A veces se las comentamos a los alumnos, las platicamos entre colegas, pero rara vez las ponemos por escrito. Aunque aparecen algunas menciones a lo largo de la historia de la disciplina, nos falta hablar y escribir más sobre un tema que podemos hallar en el corazón de la lógica: la libertad.

El hilo conductor de estos breves comentarios es el intento de acercarnos a la cuestión de cómo se aprende a ser libre. Voy a hablar específicamente de cuatro cuestiones: la primera es sobre nuestra raigambre forense, nuestra tradición e historia y cómo ha impactado la manera como hacemos lógica y qué tiene que ver eso con la libertad. La segunda parte va a ser sobre las falsas libertades y esclavitudes que pueden confundirnos a la hora de entender lo que estamos haciendo en lógica. La tercera es hablar sobre un tipo especial de libertad en lógica que nos da la abstracción, los grados de libertad con respecto a las instancias concretas. Y, finalmente, hablaré un poco sobre cómo se aprende a ser libre, mencionando algunas de las personas que nos han acompañado en este periplo y, en especial, a Alfonso.

* Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México.

Empiezo por nuestra historia que tiene una raigambre forense. Ya antes del trabajo de Aristóteles podemos rastrear una tradición y una teoría, una conciencia de lo que están haciendo los grandes rétores como Isócrates. Tenemos una gran deuda y una estrecha relación con gente de derecho, de leyes. Muchos de los rétores originales se tenían que ganar la vida porque eran refugiados de guerra que llegaban a Atenas a ofrecer sus servicios lógicos y argumentativos. Ofrecían, entre otras cosas, escribir discursos que sus clientes usaran para defenderse durante un juicio, para defender sus posesiones, su vida, su libertad. Había, y todavía hay, una gran necesidad de utilizar la lógica como herramienta para defender lo más preciado. Estos lazos con la práctica legal se notan en la manera como hablamos de lo que hacemos en lógica.

En lógica hablamos de juicios, algo muy de gramática forense; al conversar sobre nuestras afirmaciones, decimos que estamos haciendo juicios, juzgando que una cosa es de cierta manera. Tomamos nuestras oraciones como sentencias. Incluso nos referimos a las leyes de la lógica con un dejo de conminación. Eso puede crear una falsa impresión, sobre todo entre alumnos que apenas se están acercando a la lógica. Porque, en general, no se legisla si no para evitar algún problema. Ya que tenemos el principio de lógica deóntica de que lo que no está prohibido se permite, una ley cobra sentido al restringir la libertad que su ausencia permitiría suponer. Eso lleva a una noción de la ley como la prohibición de hacer algo.

Pero las leyes, principios y reglas de la lógica no son prohibitivos, restrictivos. El *Modus Ponens* no me obliga a sacar una conclusión. Aunque esté seguro de un condicional y un antecedente, no estoy obligado a inferir el consecuente; tan solo estoy autorizado a inferirlo. Nuestras leyes son permisivas más que prohibitivas. Con contadas excepciones, en lógica no tratamos de decirles a los alumnos cómo pensar, sino de darles ejemplos de cómo podrían legítimamente hacerlo. No necesitan crear un *Modus Ponens*, pero si lo hacen la lógica lo justifica y explica por qué es legítimo. Es confundente llamar a nuestros principios "reglas" o "leyes"; sería preferible llamarlas "estrategias" o "permisos", para acentuar que no estamos limitando nuestras opciones, sino ampliándolas. No tenemos la obligación de usar las reglas lógicas; lo que tenemos es el derecho de usarlas. Son opciones –ni obligatorias ni prohibidas–, sino, en terminología forense, "facultativas", opcionales. La lógica es la disciplina que dice qué tenemos derecho de inferir, a qué estamos autorizados a la luz de la razón.

En ese sentido, la lógica nos permite hacer cosas con autorización, con legitimidad y con conciencia de que tenemos este derecho. Y dar esa consciencia de la libertad es importante pues muchas veces no nos damos cuenta de qué es una verdadera libertad y qué es realmente una esclavitud. Hay falsas libertades que nos encadenan más, como le ocurre a la paloma de Kant que se queja de la resistencia que el aire impone a su vuelo y sueña que sin aire volaría mucho más rápido, o el caminante de Wittgenstein que cree que sin fricción caminaría más rápido sobre el hielo. Sin resistencia la paloma cae y el caminante no puede avanzar. No queremos que nuestra lógica se libere tanto de la vida que no se aplique a ella, sino lo suficiente para aplicarse a más casos y volar más alto.

Los presupuestos con los que desarrollamos tanto la lógica clásica como las divergentes no marcan meramente sus límites, sino también sus alcances. De forma paradójica, esa libertad nos posibilita construir. Como recordaba Borges: el español es un lenguaje raro que cultiva una forma tan artificial de poesía como el soneto, una estructura italianizante que no corresponde a nuestra lengua octosilábica. Sin embargo, esa misma estructura tan ajena al español ha posibilitado que nuestro lenguaje florezca y luzca. Con sus reglas y constreñimientos, la estructura del soneto puede abrir las puertas a la expresión.

Hay reglas que son camisas de fuerza y hay algunas que abren alternativas. La construcción de esas posibilidades, esas posibles historias, esos otros mundos posibles, está en el corazón de la noción de validez y legitimidad lógica. La necesidad lógica es una necesidad que toma en cuenta el sueño, las alternativas y todas las otras posibilidades por extrañas que parezcan. Junto con esta libertad y esta fantasía hay un rigor y una sistematicidad que actúan como un esqueleto que da forma, que estructura y que no solamente limita los movimientos, sino que los permite; nos permite estar de pie, erguidos. Como me comentaba una vez una querida maestra, "les tengo que dar una estructura intelectual a mis alumnos, les tengo que dar un esqueleto, para que no se desmoronen".

Una buena manera de poder estar erguido es desarrollando esa columna vertebral. La habilidad lógica es poder, es una capacidad. El conocimiento lógico, la habilidad de inferir bien y la actitud correcta nos dan poder. Tener esas tres cosas debe ser siempre parte de una educación lógica bien redondeada. Nada hay más poderoso que un pueblo que tiene una buena educación lógica porque es capaz de defenderse de todos los intentos de confundirlo y manipularlo. Esa es una manera cívica, personal y cotidiana de incrementar nuestra libertad. La lógica es esa posibilitación, esa apertura hacia considerar alternativas con rigor, a soñar con los ojos abiertos. Es ese sueño durante el cual sabemos que estamos soñando, un sueño lúcido dentro del cual podemos construir casi todo porque entendemos esas posibilidades que tal vez no sean todavía realidades, pero que podrían serlo.

Otra manera en que la lógica nos muestra el camino hacia una mayor apertura es que nos permite abstraer. Hay la idea de que mientras más concreto sea lo que estamos manejando, el ejemplo, la aplicación, es más convincente, más dramático. Por supuesto, tenemos que dar ejemplos concretos y aterrizados en nuestras clases. Eso no impide que, mientras más abstracto sea lo que estamos manejando, sea también más aplicable. En estadística, en matemáticas, hablamos en este sentido de grados de libertad cuando pensamos en algo y abstraemos por un momento. Por ejemplo, cuando pensamos en la cardinalidad de un conjunto olvidando el orden y naturaleza de sus elementos, obtenemos dos grados de libertad para concentrarnos en uno de los aspectos que ese conjunto puede tener en común con muchos otros. Al abstraer nos liberamos.

Una manifestación de esta liberación en el trabajo lógico se encuentra cuando los lógicos usan variables libres. Podemos pensar que lo que hacen es dejar implícita la cuantificación y concentrarse en la generalidad de las representaciones de los objetos. Al trabajar de esa manera no hay necesidad de sustitución uniforme que tenga que operar de especificidades a especificidades. Por supuesto, también se puede hacer lógica usando solo constantes, nombres de ejemplos concretos, pero poder elevarnos a la abstracción nos libera de hablar de cosas en particular. Es una intrusión de grados de libertad metalógicos en el lenguaje objeto y crea juicios incompletos, sin valor de verdad –estrictamente hablando–, que nos permite vestir con valores arbitrarios nuestros pensamientos o mantenernos en la indeterminación el mayor tiempo posible antes de atrapar a esas variables libres en las redes de la cuantificación, o en la especificación de sus instanciaciones, tanto universales como existenciales, de posibles lecturas cuantificadas de las variables.

Esta libertad provee de una validez sin ataduras. Nos permite reconocer las instancias como tales, al mismo tiempo que la universalidad de un instrumento que deseamos aplicable a muchos campos. A partir de casos diferentes la lógica sintetiza la apertura de esa variedad y nos permite soñar despiertos de una manera rigurosa y sistemática.

¿Cómo se aprende a ser libre? ¿Cómo adquirir y desarrollar esa libertad en el corazón de la disciplina lógica? Una manera es aprovechar la capacidad que tiene la lógica para re-unirnos, para compartir esa atracción, esa utilidad, esa diversión, ese asombro, que es el trabajo en lógica. No en balde la lógica puede ser una labor de belleza y una labor de generosidad. Quien descubre algo bello normalmente necesita comunicarlo. Como dice Nietzsche, esa persona es como una copa que se desborda y necesita ir hacia los demás para compartir su fruición. El trabajo lógico no es un trabajo de soledad. Aunque alguien como Aristóteles puede crear toda una disciplina, en realidad se alimenta de una tradición previa, se incorpora a una tradición posterior y se potencia con una comunidad contemporánea. El otro gran padre de la lógica, Frege, escribe –en el prefacio a su libro más famoso– que no podemos esperar que una persona lo haga todo, pero todos podemos colaborar con nuestro pequeño grano de arena para la construcción de esta belleza. Es entre todos que podemos avanzar mejor el trabajo científico.

Hemos tenido grandes maestros que han encarnado este ideal cooperativo. Algunos nos han abandonado como Raúl Orayen o José Alfredo Amor. Otros se han jubilado, como Alejandro Herrera, Luis Vega o Ángel Nepomuceno. Entre nosotros tenemos la suerte de contar con Alfonso Ávila del Palacio, ese gran filósofo de la matemática, la economía, la ética, que también es una gran persona y que nos ha ayudado a ser mejores lógicos y mejores personas, con su obra y con su ejemplo. Esto que nos ha dado, estas posibilidades que nos ha abierto con su trabajo, con su manera de ser, con su bonhomía, con su benevolencia y su generosidad, es una bella encarnación de este ideal comunitario de libertad. Alfonso nos ha mostrado que las abstracciones de la lógica, la matemática y la filosofía, no son una camisa de fuerza para encerrarnos y escondernos de la vida; son un puente, una herramienta, una disposición a enfrascarnos con toda la complejidad de la experiencia humana, una invitación a construir juntos, usando las palabras al final de uno de sus libros, "un ambiente de amor y diálogo".

Siguiendo el optimismo de Alfonso, tratemos de encontrar el elemento lógico dentro de la racionalidad, con la confianza de que esto también se traduce en tratar de vivir una vida mucho más armónica, más lógica, más libre.

Comentario a Raymundo Morado

Alfonso Ávila

Sin duda este es un trabajo muy original en el que un gran lógico, un lógico de corazón y de tiempo completo, pero con una cultura muy amplia, aborda un tema usualmente no tratado ni por los estudiosos de la lógica, ni por los estudiosos de la libertad. El resultado de combinar una disciplina que muchos estudiantes suelen rehuir y algunos pocos amar, con algo que todos amamos es, en el escrito de Raymundo Morado, algo bello, es una oda a la lógica.

Cuando alguien, como es el caso de Raymundo Morado conoce tan bien, no solo la lógica clásica, sino también las lógicas divergentes, es capaz de valerse de esa disciplina a su antojo, libremente, y nunca verla como algo que lo constriñe. "El *Modus Ponen* –dice–, no me obliga a sacar una conclusión, solo me autoriza a sacar una buena conclusión".

Recordando la metáfora de la paloma de Kant, Raymundo Morado presenta la lógica como un esqueleto que da el poder necesario para defenderse de los intentos de ser confundido o manipulado, como creo que fue una de las intenciones de Aristóteles en contra de los sofistas al escribir el primer tratado lógico.

Estoy por completo de acuerdo con Morado cuando dice que la abstracción de la lógica o las matemáticas, más que apartarnos de la realidad concreta, nos posibilita una mayor aplicación a múltiples posibilidades. Por eso, mientras más abstracto, dice, se es más libre.

El cuarto punto, donde se pregunta cómo se aprende a ser libre, a mi juicio, es un llamado a la cooperación, a la camaradería. Otra vez, como en la metáfora de la paloma de Kant, creo que Raymundo Morado está diciendo que no se es más libre siendo un ermitaño, un pensador solitario que solo rumea sus propios pensamientos, como cuando Zaratustra se retira a la montaña. Los demás no restringen mi libertad, estaría diciendo Morado, sino que me permiten ir más allá de mí mismo. Por ello, Zaratustra termina bajando de la montaña.

"Quien descubre algo bello, necesita comunicarlo", dice al recordar la copa, de Nietzsche, que se desborda. Raymundo Morado ciertamente descubrió la belleza de la lógica y la comunica siempre que puede. Recuerdo que en un viaje un poco largo en el que compartimos el mismo carro, lo ocupó en darle una amena clase de lógica práctica a uno de mis ahijados, un muchacho de 12 años, quien todavía lo recuerda con gusto.

Por último, una serie de elogios a mi trabajo y a mi persona por parte de Raymundo Morado, mismos que son solo el fruto de su generosidad y de la amistad que nos une. Sin embargo, el único calificativo que admito es que soy un optimista incorregible. Así es: creo en las personas y en que las cosas pueden ser mejores, que van a ser mejores, que ya estamos construyendo entre todos un mundo más armónico. De cualquier forma, le agradezco a Raymundo que me vea con ojos benevolentes. Aquí cabría la distinción de Kant entre la cosa en sí, y la cosa para mí. Una cosa es lo que realmente soy y otra como me ve Raymundo Morado desde su generosidad.

Una distinción cualitativa entre la matemática inacabada y la incompletitud científica

*Damián Islas Mondragón**

Tengo el gusto de conocer a Alfonso Ávila desde hace más de 10 años cuando ingresé a laborar al Instituto de Ciencias Sociales de la UJED. Desde ese momento entablamos un diálogo muy enriquecedor, conformamos un cuerpo académico junto con otro colega y hemos desarrollado algunos proyectos de investigación en conjunto con investigadores de otras universidades.

No obstante que los intereses académicos de Alfonso solo convergen con los míos en algunos aspectos, el intercambio de ideas siempre ha sido muy enriquecedor. En uno de sus últimos libros, *Una visión cuasiempirista de la matemática* (2017), Alfonso emprende la realización de una reconstrucción lógica con la cual poder explicar la ontología y la epistemología de algunas ramas de la matemática, en particular, de la aritmética, la geometría, la axiomatización matemática y la teoría de conjuntos. Este libro ofrece respuesta a tres preguntas fundamentales, a saber:

1) ¿Cómo es posible el mundo abstracto de la matemática?
2) ¿Cómo es posible que conozcamos el mundo abstracto si interactuamos solo con el mundo concreto?
3) ¿Por qué funciona lo abstracto de la matemática en el mundo concreto de la experiencia?

* Instituto de Ciencias Sociales, Universidad Juárez del Estado de Durango.

Para responder estas, y otras preguntas que se desprenden de este acercamiento al mundo de lo abstracto, Alfonso se vale de algunas distinciones conceptuales metodológicamente pertinentes entre la metamatemática y la filosofía de las matemáticas; entre la historia de las matemáticas y la filosofía de estas; entre la psicología experimental y la epistemología, y entre la lingüística empírica y la filosofía del lenguaje. La principal distinción descansa en que cada una de estas disciplinas utiliza una metodología específica que no necesariamente comparte algunos de sus elementos esenciales con otras metodologías. Por ello Alfonso propone que la reconstrucción lógica es la metodología más adecuada para abordar ciertos estudios filosóficos de las partes de la matemática que le interesa estudiar, que como ya señalé, son la aritmética, la geometría, la axiomatización matemática y la teoría de conjuntos.

De acuerdo con Alfonso, cuando se hace metamatemática, en realidad se está preguntando por las propiedades y relaciones internas de los elementos primitivos que constituyen –aunque Alfonso prefiere utilizar el término "conforman"– la matemática. Estas relaciones internas pueden ser dilucidadas desde dos perspectivas posiblemente complementarias: un acercamiento axiomático y un acercamiento no-axiomático. Por otra parte, la filosofía de la matemática al acercarse a su objeto de estudio, en realidad lo que trata de hacer es conferirle un sentido a cierta idea, concepto o pensamiento.

En el segundo capítulo de este interesante libro, Alfonso explora algunos derroteros para analizar de forma lógica las partes de la matemática que ya mencioné. Por supuesto, ante este ingente objetivo, Alfonso está consciente de que su perspectiva no puede agotar todas las maneras posibles de hacerlo. Sin embargo, de su análisis se desprenden algunas ideas bastante sugerentes. Por ejemplo, con relación a la aritmética, sostiene que los números pueden ser definidos como el resultado del proceso mental de contar. Con relación a las figuras geométricas, se afirma que estas son idealizaciones de las figuras empíricas. En cuanto a la probabilidad y los juegos, estos pueden ser definidos como aquellos fenómenos azarosos y de situaciones de conflicto de intereses. Finalmente, respecto a los conjuntos matemáticos, el autor sostiene que estos pueden ser definidos como un lenguaje específico de la matemática.

El estudio realizado por Alfonso con relación a estos temas también nos permite afirmar que no existe una lógica común a las diferentes ramas de la matemática que se analizan. Esto es, cada una de ellas parece tener su propia lógica. De ser este el caso, no podemos afirmar que algo es matemático por el solo hecho de constituir la sistematización de un proceso mental, de una idealización, de una axiomatización o la creación de un lenguaje.

Otra de las áreas de interés de Alfonso en este libro es explorar el carácter deductivo, el no deductivo, el recursivo y el inacabado de la matemática. A este respecto, Alfonso afirma que al hacer explícitas las leyes lógicas que utilizan los matemáticos es posible sacar a la luz algunas paradojas, contradicciones y ambigüedades que, de acuerdo con su análisis, parecen ser intrínsecas a la naturaleza misma de la matemática debido, por un lado, a su carácter inacabado y, por otro, a las innumerables entidades que la constituyen. Más adelante abordaré este tema con más detalle.

Sin embargo, los análisis emprendidos por Alfonso (mencionados hasta aquí), pueden ser vistos como la antesala para el principal objetivo que se busca en este libro: indagar sobre la capacidad que muestran las matemáticas, a pesar de ser partícipe del "reino" de lo abstracto, de ser aplicables al mundo empírico o concreto de manera tan precisa y productiva. Por supuesto, hoy esta interrogante ha permeado una buena parte de los análisis filosóficos sobre la matemática. La respuesta que propone Alfonso a este respecto es que, a pesar de que la matemática pura es inmune a la experiencia, su origen está, o puede estar, en el mundo empírico y en nuestra interacción con este, de aquí que a su propuesta le haya denominado "una visión cuasiempirista", título del libro. Sin embargo, el aparato conceptual construido por la matemática que se refiere a entidades abstractas puede, simultáneamente, ser utilizado con éxito en la construcción de explicaciones del mundo natural, la cual es considerada por Alfonso como un "misterio". Para desentrañarlo, Alfonso aborda la relación que tiene la matemática con algunas teorías científicas, en particular, algunas matematizadas como la física estática de Arquímedes, la teoría de Galileo sobre el movimiento de los cuerpos y el trabajo de Cournot que matematiza la teoría económica de Adam Smith. Cuando se matematizan estas –y otras– teorías, lo que en realidad se hace es, de acuerdo con Alfonso, (i) aislar sus elementos principales; (ii) definirlos en términos matemáticos; (iii) axiomatizar el comportamiento de estas entidades, y (iv) deducir en términos matemáticos ciertas afirmaciones a partir de las anteriores definiciones y axiomas. Es interesante constatar que Alfonso somete sus propias hipótesis a revisión al compararlas con otras propuestas filosóficas sobre la matemática; en particular, con el platonismo, el empirismo, el formalismo, el logicismo y el intuicionismo.

Uno de los aspectos cuestionables de esta obra es que, de acuerdo con Alfonso, por un lado, la metamatemática trata de hacer más unitaria y precisa a la matemática al explicar y clarificar sus ramas primitivas. Esto es, los que se dedican a la metamatemática se preguntan por las relaciones y propiedades internas de los elementos que conforman a la matemática. Por otro lado, quienes realizan estudios de filosofía de la matemática también intentan hacer aclaraciones, pero de tipo conceptual en torno a ciertos aspectos ontológicos y epistemológicos de ellas. En cambio, siguiendo a Alfonso, a los matemáticos no les interesa responder a la pregunta de qué es la matemática; sino que solo "usan la matemática, la desarrollan y la perfeccionan en algún sentido sin detenerse a reflexionar sobre la matemática misma" (Ávila, 2017: 15).

A este respecto, me parece que "usar, desarrollar y perfeccionar" la matemática surge necesariamente de un conocimiento exhaustivo que de seguro es producto de una reflexión profunda sobre este objeto de estudio. En otras palabras, quizás cuando alguien usa, desarrolla y sobre todo perfecciona algo es porque, al menos, conoce de algún modo –supongo que no superficial– su objeto de estudio (en este caso la matemática). De manera que me atrevería a decir que los matemáticos, en su práctica profesional, de hecho, estarían respondiendo a la pregunta –quizás no de manera explícita– en torno a qué es la matemática.

Por otro lado, Alfonso sugiere que los metamatemáticos buscan establecer las características y relaciones formales que subyacen a las entidades matemáticas, mientras que los filósofos de la matemática buscan situar tales entidades en el mundo natural y explicar cómo nos relacionamos con estas. Esto es, los filósofos de la matemática indagan sobre el comportamiento que las entidades matemáticas tienen fuera de las matemáticas con el objetivo de proponer una ontología y una epistemología para esas entidades (Ávila, 2017: 18), de manera que esta indagación no se restringe a una investigación histórica acerca del origen de los hechos y métodos que han permitido el desarrollo de la matemática. Es cierto que para hacer esta indagación histórica primero debemos indagar la naturaleza de la entidad matemática sobre la cual rastrearemos su desarrollo. Así, concuerdo con Alfonso en cuanto a que esta pregunta ontológica está fuera del espectro de la historia de la ciencia.

El tema que deseo destacar de aquí en lo que resta de este texto tiene su origen en una de las afirmaciones que hace Alfonso en este libro de acuerdo con la cual la psicología y la epistemología naturalizada, como la que propuso Willard van Orman Quine y en general los filósofos que trabajan en las ciencias cognitivas, se han interesado en los procesos mentales o habilidades que se requieren para "llevar a cabo el trabajo con las entidades matemáticas" (Ávila, 2017: 21). Alfonso considera que estas disciplinas parten de un monismo ontológico con el objetivo de buscar relaciones causales entre los fenómenos empíricos y los contenidos mentales; de manera que para estas disciplinas, las entidades matemáticas, en tanto que contenidos mentales, "tienen que ser reflejos de ciertas cuestiones empíricas" (Ávila, 2017: 22); mientras que para los defensores de un dualismo ontológico, las entidades abstractas como las entidades matemáticas, deben ser abordados por medios no empíricos; sino puramente racionales. La hipótesis que favorece Alfonso es que las circunstancias empíricas que rodean a una entidad abstracta son irrelevantes para definir sus características más allá de cualquier contexto empírico y que esto es posible mediante una reconstrucción lógica.

Mi inquietud tiene dos vertientes. La primera es que si podemos abstraer la actividad cognoscitiva humana de estas circunstancias empíricas, como afirma Alfonso, cabe todavía preguntarnos cómo funciona el mecanismo cognitivo a través del cual somos capaces de saber qué es, por ejemplo, un número. Mi punto es que parece necesario recurrir a ciertos estudios históricos no solo para indagar sobre el origen de los hechos y métodos que han permitido el desarrollo de la matemática; sino también, y más importante, para indagar la hipótesis de que cualquier ser humano sabe, de hecho, que un número *es el caso*. Mi argumento es que estos estudios históricos, de los que se quiere alejar Alfonso, parecen requerirse si no queremos caer en un tipo de presentismo.

La segunda de las vertientes que quiero desarrollar aquí tiene que ver, como lo adelanté más arriba, con la afirmación de Alfonso respecto de que al hacer explícitas las leyes lógicas que utilizan los matemáticos, de alguna manera, es posible develar algunas paradojas, contradicciones y ambigüedades intrínsecas a la naturaleza misma de la matemática. Las causas del surgimiento de estas paradojas, contradicciones y ambigüedades, de acuerdo con Alfonso, son dos: por un lado, (a) el carácter inacabado de la matemática y, por otro, (b) las innumerables entidades que la constituyen.

Lo primero que quiero decir es que me parece que (b) posiblemente sea una de las causas de (a). Ahora bien, y más importante aún, es que la incompletitud a la que alude Alfonso no es exclusiva de las matemáticas; también es una característica intrínseca a toda teoría científica. Lo interesante del tema es que esta noción de incompletitud en el ámbito de las teorías científicas tiene un papel importante a favor de una visión cognitiva *versus* epistemológica de las teorías científicas. Una de las virtudes de esta distinción es que la visión cognitiva no se compromete con una noción de verdad como criterio para evaluar a las teorías científicas, como sí lo hace la visión epistemológica. De manera que podemos preguntarnos si la noción de una matemática "inacabada" también implica un distanciamiento epistémico con una noción de verdad como en el caso de las teorías científicas. A continuación, detallaré algunas de las implicaciones que la noción de 'incompletitud' tienen para las teorías científicas.

Un estudio pionero es el de Larry Laudan (1977), para quien las anomalías no refutadoras –también llamados "problemas lacunae"– son el resultado de observaciones que no han sido satisfactoriamente explicadas por una teoría científica particular, llamémosle T_1; pero que sí han sido satisfactoriamente explicadas por otra teoría competidora del área, llamémosle T_2. Uno de los ejemplos históricos paradigmáticos de este tipo de anomalías lo constituye el problema del perihelio de Mercurio. Como sabemos, el perihelio de Mercurio representó para la mecánica newtoniana un problema que se resistió a ser resuelto por mucho tiempo. No obstante, el perihelio de Mercurio pasó de ser para la mecánica newtoniana un problema no resuelto a ser una anomalía no refutadora a partir de que la teoría general de la relatividad desarrollada por Albert Einstein lo resolvió de manera exitosa. Cuando el perihelio de Mercurio se convirtió en un problema lacunae, no pudo seguir siendo considerado tan solo como un problema no resuelto, susceptible de ser desechado o anulado por T_1. De hecho, la estrategia de desecharlo o anularlo una vez que se convirtió en un problema lacunae, habría representado un acto no solo irracional; sino cognitivamente regresivo (Laudan, 1977).

Ahora bien, lo que me interesa enfatizar aquí es que la incapacidad o imposibilidad de una teoría científica para resolver un problema lacuna, no la convierte en una teoría falsa, sino precisamente en una teoría *incompleta* o *inacabada*, como sostiene Alfonso al respecto de la matemática. Recordemos que más arriba se señaló que, de acuerdo con Alfonso, las causas del surgimiento de ciertas paradojas, contradicciones y ambigüedades son dos: (a) el carácter inacabado de la matemática y (b) las innumerables entidades que la constituyen. Sin embargo, y a diferencia de la matemática, si con respecto a la ciencia (a') es la incompletitud de una teoría científica; en este caso (b') se referiría a la incapacidad de la teoría para resolver problemas pertinentes en su dominio, razón que no tiene nada que ver con (b).

Por supuesto, también las teorías científicas están constituidas de varias entidades teóricas como son sus leyes principales, leyes secundarias, hipótesis centrales, hipótesis auxiliares, condiciones iniciales, cláusulas céteris páribus, supuestos auxiliares, etc., pero la caracterización precisa de cada uno de estos aspectos no es suficiente, aunque quizá sí necesario, para asegurar (aunque tal vez sí potencializar) la capacidad que una teoría T_1 exhibe para solucionar un problema que otra teoría competidora T_2 del área ya ha resuelto. De hecho, cuando una teoría T_2 resuelve un problema que T_1 no ha resuelto, el problema no solo se convierte en un problema lacunae o anomalía no refutadora para T_1; sino que dicho problema se "inserta" inmediatamente en el espectro de los problemas pertinentes que T_1 tiene que resolver (Laudan, 1977).

Al no resolver el problema lacunae en cuestión, T_1 se muestra como una teoría inacabada o incompleta, pero no como una teoría falsa, como ya hemos afirmado más arriba. De manera que, si este es el caso, la clásica justificación epistemológica que postula a la verdad como una de las principales virtudes de las teorías científicas, simplemente queda fuera del rango de los factores cognitivos pertinentes para la evaluación teórica desde la perspectiva instrumentalista de la ciencia como una actividad fundamentalmente solucionadora de problemas.

Más recientemente, otros autores han abordado el tema de los problemas lacunae desde una perspectiva diferente a la perspectiva pionera desarrollada por Laudan. Por ejemplo, Theo Kuipers consideró que los problemas lacunae en realidad son observaciones sorpresivas que, si bien no contradicen a una teoría científica particular, tampoco pueden ser explicadas a partir de las relaciones lógicas entre las hipótesis, las condiciones iniciales, el conocimiento previamente aceptado y la evidencia empírica de la teoría en cuestión (Kuipers, 1999). Notemos que, desde esta perspectiva, una "observación sorpresiva" no surgiría de la comparación entre los éxitos predictivos o explicativos de dos o más teorías competidoras del área como sostuvo Laudan, sino que representaría un tipo de anomalía específica para una teoría particular y aislada que podemos llamar una "anomalía sorpresiva".

Para un lector informado en los clásicos debates filosóficos de la ciencia, de inmediato surge una pregunta: cómo podría surgir una observación "sorpresiva" si el concepto de *observación científica* no está libre de carga teórica. Una posible respuesta es que una observación puede ser sorpresiva en el sentido de representar evidencia que no falsea ni confirma una hipótesis científica, constituyéndose en *evidencia empírica neutral* para una teoría científica particular. De manera que los problemas lacunae tendrían la siguiente forma desde el punto de vista de la probabilidad (Kuipers, 2000): p(E) = p(E/H)

Notemos que el concepto de *evidencia neutral,* propuesto por Kuipers, ligado a una concepción instrumentalista de las teorías científicas como solucionadoras de problemas, implica que el llamado "contexto de justificación" que sugiere que la verdad o la falsedad de las teorías científicas es el aspecto central de las teorías científicas, se convierta en un "contexto de evaluación" entre teorías rivales. Este contexto de evaluación tendría como ejes centrales los conceptos de *éxito* y *fracaso* en la resolución de problemas, dejando de lado el concepto de la *verdad* como el principal criterio para la evaluación teórica.

En resumen, la concepción de los problemas lacunae de Laudan y Kuipers comparten la idea de que estos ponen en evidencia, no la falsedad de una teoría científica; sino su incompletitud, esto es, su incapacidad para resolver los problemas que debería resolver. De manera que la resolución exitosa de los problemas lacunae que enfrenta una teoría, sería un paso empíricamente progresivo que coadyuvaría a completar dicha teoría.

Desde este punto de vista, el progreso científico adquiere una perspectiva cualitativa distinta de la que señala Alfonso para la matemática. Esto es, si es posible inferir del argumento de Alfonso que (i) la matemática progresa develando paradojas, contradicciones y ambigüedades intrínsecas a la naturaleza misma de la matemática y (ii) si (algunas) de las causas del surgimiento de estas paradojas, contradicciones y ambigüedades son (a) el carácter inacabado de la matemática y (b) las innumerables entidades que la constituyen, entonces (iii) entre más entidades se *conozcan* de aquellas que constituyen a las matemáticas, la matemática se vuelve más acabada. Mientras que para el caso del argumento que acabo de desarrollar sobre la ciencia, se puede inferir que, (i') si desde una postura instrumentalista, la ciencia es una actividad en lo fundamental solucionadora de problemas, entonces (ii') entre más problemas lacunae sean *resueltos exitosamente*, la ciencia se vuelve más completa. Y, al menos desde esta perspectiva, conocer una entidad es cualitativamente distinto a solucionar con éxito un problema.

Cabe mencionarse, por último, que en la actualidad se sigue trabajando en la elaboración de una caracterización precisa de los problemas lacunae[1] y en la evaluación de las consecuencias cognitivas que este tipo de problemas tiene no solo para una noción integral del concepto de *progreso científico*,[2] sino para la modelización matemática en ciertas áreas de las ciencias naturales como es el caso de la identificación de derivaciones inesperadas de estudios dinámicos cuantitativos HAZOP.[3]

Bibliografía

Ávila, A. (2017). *Una visión cuasiempirista de la matemática*. México: Colofón.

Islas, D. (2014). La falsación empírica y los problemas *lacunae*. *Revista de Filosofía*, *LIII*(137): 33-41.

_____ (2015). *Teorías contemporáneas del progreso científico: un análisis filosófico en torno al progreso cognitivo de la ciencia*. México: Plaza y Valdés.

Kuipers, T. (1999). Abduction aiming at empirical progress or even truth approximation leading to challenge for computational modelling. *Foundations of Science*, (4): 307-323.

_____ (2000). *From instrumentalism to constructive realism, On some relations between confirmation, empirical progress*, *and truth approximation*. Amsterdam: Kluwer Academic Publishers.

Laudan, L. (1977). *Progress and its problems, towards a theory of scientific growth*. Berkeley: University of California Press.

Mokhtarname, R. *et al*. (2021). Integration of mathematical modeling with HAZOP study of a polymerization plant: capabilities and lacunae. *7th International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA).*

[1] Ver Islas (2014).
[2] Ver Islas (2015).
[3] Ver Mokhtarname (2021).

Comentario a Damián Islas

Alfonso Ávila

En primer lugar, quiero agradecerle a mi colega y amigo Damián Islas haberse tomado el tiempo y la dedicación para leer y entender mi libro sobre las matemáticas cuasi-empiristas. Pero, sobre todo, le agradezco sus cuestionamientos a algunas de las ideas que expreso ahí, así como la sugestiva comparación entre lo inacabado de la matemática y la incompletud en la ciencia.

Damián, acertadamente, dice que el principal reto de mi propuesta es responder la pregunta de cómo es posible que una ciencia abstracta como la matemática se aplique con éxito en el mundo concreto de la experiencia. También acierta, en mi opinión, en que empiezo por hacer varias distinciones conceptuales entre filosofía de la matemática, por un lado, y por el otro, la metamatemática, la historia de la matemática o cualquier acercamiento empírico a la matemática. Además, concuerdo con su lectura de mi libro en que mi propuesta para conocer la ontología y la epistemología de la matemática es mediante reconstrucciones lógicas.

Ahora bien, frente a mi idea de que a los matemáticos en general no les interesa saber que es la matemática y solo la usan y la desarrollan, Damián argumenta que el hecho de que la usen "supone un conocimiento exhaustivo producto de una reflexión profunda sobre su objeto de estudio, de manera que con su uso están respondiendo de forma implícita a la pregunta acerca de qué son las matemáticas". Esta es una sugerencia interesante, pero mi punto es que el uso acertado o, incluso creativo, de la matemática no nos aporta una ontología que sitúe las entidades matemáticas entre todas las entidades existentes, imaginarias o posibles que componen nuestro universo.

Manipulando los números, por ejemplo, no sabemos qu**é** es un número. Un piloto de carreras, incluso muy virtuoso, no necesariamente sabe cómo funciona su carro. Eso fue lo que nos vino a decir sobre los números el matemático y filósofo Gottlob Frege ([1884]). Para saber qué son los números tenemos que salir de la matemática sin olvidarnos de esta, claro. A eso se refiere mi distinción conceptual entre metamatemática y filosofía de la matemática.

La segunda objeción de Damián es sobre mi idea de que no necesitamos la historia de la matemática para conocer su ontología, por lo que él sugiere que mi postura implica un presentismo. Estoy de acuerdo con Damián en este punto y reconozco que yo mismo me ayudo de la historia acerca de los estudios sobre el azar y la historia sobre los orígenes de los conjuntos para llevar a cabo una reconstrucción lógica de esas ramas de la matemática.

Por último, en relación con la interesante comparación que hace Damián entre las incompletudes de la matemática y las ciencias empíricas, así como sus implicaciones con la verdad, quiero decir que este asunto es una tarea que me llevo para continuar mis investigaciones. De cualquier forma, lo poco que puedo decir al respecto es que la matemática no es incompleta porque tenga innumerables entidades, como al parecer supone Damián, sino justo porque algunas de sus entidades son infinitas y ellas causan varios problemas.

Por ejemplo, la Noción Común 8 del Libro I de los *Elementos* de Euclides ([s. III a.C.]) dice: "El todo es mayor que la parte". Pero si consideramos como un todo el conjunto de los números naturales y una parte de ese conjunto los números pares, resulta que si contamos los pares son tantos como los naturales dando como resultado que el todo no es mayor que la parte, lo que contradice la Noción Común 8 de Euclides.

Bibliografía

Euclides, (1991 [s III a.C.]) *Elementos*. Traducción de María Luisa Puertas. Madrid: Gredos

Frege, Gottlob, (1972 [1884]) *Los Fundamentos de la Aritmética*. Traducción de Ulises Moulines. Barcelona: Editorial Laia.

¿Es vigente el problema de los universales?

*J. Alfonso Peña Raigoza**

Como alumno de Alfonso Ávila del Palacio, en alguna ocasión hice una exposición sobre el nominalismo de los sofistas, el cual creo, es también vigente por su ruptura con el pensamiento puramente naturalista, el posicionamiento del ser humano en el centro del pensamiento y por haber notado el valor de la palabra y el lenguaje en la filosofía. Sus iniciativas las podemos ver reflejadas a lo largo de la historia reciente y en la actualidad, como en Popper, en Wittgenstein o en la filosofía continental, por ejemplo. Ante esto, una pregunta que me dirigió Ávila del Palacio me hizo reflexionar mucho sobre la importancia de determinar el estado del arte en la resolución del dilema entre realismo y nominalismo respecto a los universales.

Su pregunta fue: si aceptáramos el nominalismo como el de los sofistas, ¿cómo podemos explicar que funciona la ciencia? ¿Cómo es que se pueden construir puentes, se envían personas al espacio, se fabrican vacunas, etc.? Esta pregunta es la base del argumento de la indispensabilidad de Quine y Putnam, por el que es necesario creer en la afirmación de que existen ciertas entidades para explicar la ciencia.

Es decir, ya que aceptamos que la ciencia funciona, de alguna manera nos dice cómo es la realidad con certidumbre, pero debemos hacer un compromiso ontológico, el cual deberá ser con las entidades que hacen funcionar a la ciencia. Estas entidades son las entidades matemáticas. Por lo tanto, debemos aceptar la existencia de las entidades matemáticas (Putman, 1985).

* Profesor de la Licenciatura en Filosofía, Universidad Juárez del Estado de Durango.

Conocido como de adscripción platónica, el argumento matemático es una opción actual del realismo más o menos extremo ya que entiende las entidades matemáticas como objetos abstractos que existen por sí mismos, independientemente de la mente humana.

Pero ¿dónde existen estas entidades autosuficientes, independientes de la mente, pero percibidas solo por ella? ¿Cómo accedemos a ellas debido a esta separación ontológica? Estas preguntas, al igual que las que enfrentan las ideas de Platón, son las objeciones más difíciles de contestar. Sin embargo, esto nos muestra que el problema de los universales sigue ahí, en distintas formas y con distintos intentos de respuesta y, creo además, es importante adoptar una postura consciente respecto a este problema, debido a las múltiples implicaciones que podemos encontrar.

¿Qué es el problema de los universales?

El problema de los universales es uno de los más antiguos que podemos encontrar y, creo yo, es vigente. Su origen lo encontramos en Platón, en su teoría de las ideas. El problema consiste en determinar cómo podemos decir que muchas cosas poseen la misma característica. Es decir, si, por ejemplo, tenemos tres manzanas en la mesa, ¿por qué estamos autorizados a decir que todas son manzanas? O, ¿cómo sabemos que el teorema de Pitágoras se aplica universalmente para todos los triángulos posibles?

Esta pregunta, como todas las de la filosofía, a muchos les parece ociosa o sencilla de contestar a primera vista, pero no lo es. Implica muchos otros problemas y preguntas metafísicas, lógicas y epistemológicas conectados entre sí, y los intentos por contestar cómo es que podemos predicar universales de cosas particulares, o cómo podemos conocer universales de cosas particulares, se extienden durante miles de años, de manera más o menos directa a este descubrimiento de Platón. ¿Es posible que sólo mediante unas pocas observaciones, notando que las cosas comparten ciertas características o propiedades, podamos determinar si existen los universales? Quizá no, pero una vez que empezamos a pensar en ellos no podemos negarlos con tanta facilidad. Si los negamos, tendremos que explicar por qué y cómo es que cosas distintas parecen compartir características idénticas, aunque siempre podemos decir que simplemente las comparten, que tienen las mismas características o propiedades, sin más, y sin necesidad de postular una entidad problemática, pero ¿qué pasa si es necesario postular entidades universales para entender las cosas? Si las aceptamos, tendremos que explicar cómo son, dónde están y cómo existen, lo cual es –tal vez– tan problemático como negarlos. En ambos casos, nos encontramos ya lidiando con el problema de los universales. Pero entonces, si aceptamos los universales, y estos son lo uno en lo múltiple, lo inmutable en lo mutable y, por lo tanto, lo inmóvil en lo móvil, ¿quiere decir que el mundo, en algún sentido es uno y no múltiple, inmutable en vez de cambiante, inmóvil y no móvil? ¿Cómo es esto, si los sentidos me muestran lo contrario? Solo cuando empiezo a pensar en ellos es que descubro la posibilidad.

El problema tuvo mayor atención en la Edad Media cuando se desarrolló con detalle, pero lejos de haberse resuelto, permanece de distintas maneras, latente, sobreentendido, y muchas veces, adoptando un compromiso al respecto, de manera más o menos consciente. El problema fue reconocido por el mismo Platón en el Parménides, donde expuso las objeciones que quedarían sin respuesta. Aristóteles hizo eco de estos cuestionamientos y encontró algunos más, pero, aunque Aristóteles hubiera propuesto todo un aparato para sustituir el modelo platónico, filósofos neoplatónicos, paganos (como Porfirio y Plotino) y cristianos (como San Agustín o Boecio) reeditaron la cuestión de los universales. Esto sentó las bases para el estudio de los universales en la Edad Media cuando, en general, los filósofos se clasificaban como nominalistas, conceptualistas o realistas. Esto es, los universales estaban en el lenguaje, eran conceptos o existían independientemente de la mente. Pero hay que señalar que, para todos, los universales existían antes, en la mente divina, y todos negaban su existencia en la forma que propuso Platón: como entidades reales, independientes de la mente o eternas (Klima, 2017). Es decir, los filósofos de la Edad Media eran más bien aristotélicos y probablemente considerarían la explicación platónica, ingenua. Debemos la formulación del problema como tal, a Porfirio (en la Isagoge, su comentario a las Categorías de Aristóteles), de donde lo tomó Boecio y de ahí toda la Edad Media.

Porfirio en la Isagoge dice:

> (1) Como es necesario, Crisaorio, para enseñar las Categorías de Aristóteles, conocer lo que son el género y la diferencia, así como las especies, lo propio y el accidente, y ya que la reflexión sobre estas cosas es útil para dar definiciones, y en general para aquello relativo a la división y la demostración, daré una breve exposición y trataré en pocas palabras, a manera de

> introducción, mostrar lo que nuestros ancestros dijeron al respecto. Me abstendré de investigaciones más profundas e intentaré, las más sencillas. (2) Por ejemplo, no indagaré nada sobre (a) si el género y la especie son reales o están solo en los pensamientos, (b) si son reales, son corpóreos o incorpóreos, (c) si son separados, o están en las cosas sensibles, o si son reales en conexión con estas. Tales cuestiones son profundas y requieren una mayor investigación [traducción propia] (en Spade, 1994: 1).

Este comentario de Porfirio muestra cómo soluciones como la de Aristóteles arrastran las mismas objeciones que se hacen a teorías de universales tan extremas como la de Platón. Es decir, Aristóteles había propuesto al género y la especie para sustituir las problemáticas ideas platónicas, pero enfrentan los mismos problemas como vemos en 2(a)-(c). Haber dejado estas preguntas sin respuesta motivó a los comentadores latinos como Boecio, quien legó a la Edad Media el problema formulado de la siguiente manera: *1*) ¿el género y la especie son entidades subsistentes por sí mismas o meras concepciones mentales?; *2*) si son realidades, ¿son corpóreas o incorpóreas?; *3*) si son realidades incorpóreas, ¿existen fuera de las cosas sensibles o solamente unidas a ellas?[1]

El problema en la ciencia

Hay quienes dicen que lo importante de la filosofía son las preguntas que se pueden hacer y no tanto las respuestas que pueda dar. Lo mismo podría decirse de la metafísica contemporánea. Y entre estas preguntas podemos encontrar la siguiente: ¿cómo es que funciona la ciencia? Es aquí donde está el problema de los universales. Es decir, un científico difícilmente se pregunta cuáles son los fundamentos metafísicos de la actividad que realiza a diario y si alguien se lo pregunta tal vez crea que es una pregunta de esoterismo o astrología. Pero no es así. Aunque no lo sepamos de forma consciente, todos asumimos a diario ciertos compromisos metafísicos. Y los científicos también. Porque es un problema no resuelto el determinar cómo es que la ciencia puede predecir el futuro. O lo que es lo mismo, predecir lo que sucederá cuando ciertos presupuestos se suceden.

[1] *Cfr.* Elorduy (1979).

Así es como se pueden construir puentes, se envían personas al espacio, se fabrican vacunas, etc. Esto es, que la ciencia puede predecir eventos basándose en observaciones previas. A eso le han llamado leyes naturales, las cuales, podíamos escuchar antes decir a nuestros maestros, se descubren. Pero ¿qué son las leyes naturales? ¿Podemos afirmar que se descubren? ¿Estamos facultados para ello? Pues resulta que tal vez no. Este acertijo metafísico ha vuelto a la vida paradójicamente, si se quiere, gracias a la ciencia. Pero ha permanecido a lo largo de la historia de la filosofía. Creo que la ciencia es la prueba más fehaciente de que el problema de los universales es vigente. Sobre todo, porque parece mostrar que el nominalismo es el que está más lejos de responder de manera adecuada dicho problema. El testimonio de la repetición experimental y la comprobación de hipótesis muestran que mediante la inducción se pueden predecir los fenómenos de la naturaleza. Esto nos muestra que las ideas son algo que de alguna forma reflejan la aplicabilidad de estas a muchos eventos particulares, por lo tanto, podrían estar referidas a ellos de alguna manera más fuerte e intrínseca que por el puro lenguaje.

Otra objeción al nominalismo podría ser la existencia de los números, pues el número cuatro, por ejemplo, no siempre es un particular ordinario, pero es necesario admitir que es un objeto. Si se dice que las matemáticas son solo una forma de lenguaje, para explicarlo debemos enfocarnos en la capacidad lingüística del ser humano. Pero debemos en algún punto, aceptar que dicha capacidad presupone la posibilidad de comunicación de unos con otros, la cual, al igual que la habilidad lingüística, son un fenómeno natural que debe de repetirse con características casi idénticas en el ser humano. Este fenómeno no es explicable por el nominalismo, que podría encontrar ahí el fin de su camino por claudicación. Es decir, que nominalista o lingüísticamente no puede explicarse la capacidad de nombrar del ser humano, problema que el realismo sí enfrenta. Mi hipótesis primera es que el nominalismo no resuelve de manera satisfactoria el problema de los universales, o que por lo menos deja abiertas cuestiones a las que por su naturaleza no puede acercarse o a las que declina acercarse.

David M. Armstrong (1988) advierte que el de los universales es el problema de la relación con los particulares, de cómo al mantener los particulares su particularidad siguen estando relacionados con los universales. Armstrong subraya que los nominalistas tienen la carga de la prueba en el conflicto, pues la cuestión es cómo dará cuenta el nominalismo de la similitud aparente del gran número de particulares. Uno de los problemas principales con el que se encuentran los nominalistas es que no explican la referencia que debe haber entre el lenguaje y las propiedades porque para el nominalista es necesario que los predicados sean referidos a cosas existentes en algún momento. Uno podría preguntarse si el nominalismo es aceptable si deja de lado la necesidad de explicar qué son las cosas o cuál es su naturaleza. Un nominalista podría responder que lo que esta postura hace es abandonar el intento de responder la pregunta relativa a la relación de los particulares con los universales, por dos cosas, la primera, que el de los universales es un falso problema causado por la facilidad del lenguaje de construir paradojas, y segunda, que si tal problema existe es imposible de acceder a su solución con las facultades cognitivas del ser humano. Es decir, que el problema es puramente lingüístico, mental, interno, y si llega a existir quizá sea resuelto de forma indirecta mediante la resolución de problemas cuyo planteamiento no sea cuestionable.

Si el ser humano es naturaleza que se mira a sí misma, el análisis del problema de los universales no puede ser un falso problema, sino el de un problema en la naturaleza. Por la misma razón, el problema es accesible a las facultades cognitivas del ser humano y el abandonarlo no es justificable. La variedad de respuesta del nominalismo no concuerda entre sí a explicar cómo ha de resolverse el problema de la aparente identidad de la naturaleza. En este sentido, Armstrong la clasifica en cinco: nominalismo de predicados, nominalismo de conceptos, nominalismo de clases, nominalismo mereológico y nominalismo de semejanza. Él propone un realismo científico, y me parece que es justo el ejercicio científico lo que justifica y propicia un realismo respecto a los universales. Él señala que existen hechos que no están en disputa entre realismo y nominalismo, que los particulares tienen propiedades y mantienen relaciones con otros particulares. Así, se podría acordar que ambos aceptan que hay cosas con propiedades y que mantienen ciertas relaciones. El problema, que ha producido una "profunda perplejidad" al menos en los filósofos, es el cómo una misma propiedad pertenece a cosas diferentes, pues "las cosas son una al mismo tiempo de ser muchas" (Armstrong, 1988: 39).

Bertrand Russell ha señalado la necesidad de reconocer la existencia de universales separados de los particulares, y recuerda que la teoría de las ideas intentó resolver esta cuestión: "a mi juicio es uno de los intentos mejor logrados hasta ahora" [traducción propia] (2001: 83), dice. Además, señala un factor que ha sido relevante para cuestionar el realismo platónico: la facilidad que este provee para pasar a cierto misticismo. Pero evitándolo, parece que el realismo tiene posibilidades de ser el mejor acercamiento para resolver el problema de los universales y, por lo tanto, al entendimiento de muchos otros problemas que derivan de él.

En tanto que Armstrong ha propuesto que el empirismo apunta a la necesidad de un realismo científico, Russell advierte la importancia del problema de los universales, porque de otra forma no se pueden explicar las relaciones observables entre propiedades. Es decir, se cree que el realismo puede aportar un criterio de verdad estable que pueda permitirnos conocer la naturaleza. Russell dice que determinadas entidades, como las relaciones, parecen tener un ser de algún modo diferente a los objetos físicos y diferente también del de los espíritus y del de los datos de los sentidos (2001: 83). Dichas relaciones pueden ser referidas mediante el lenguaje, pero ello no significa que se acepte el nominalismo, sino que, por el contrario, denota que hay algo más allá que la mera construcción lingüística. Históricamente se han descuidado los universales enunciados mediante verbos y preposiciones, y se daba atención solo a los enunciados mediante adjetivos y sustantivos. Por lo general, los del segundo tipo sirven para referir las propiedades de las cosas, mientras que los otros se refieren a las relaciones entre dos o más cosas. La relación obliga a postular universales, si se argumenta que para pensar en un universal siempre lo haremos respecto a un particular, es decir, a una imagen obtenida de forma previa y que se encuentra en nuestra mente. Porque para pensar en una propiedad (F) es necesario encontrar la especie exacta de semejanza que "abarca" las cosas que tienen esa propiedad (F). La semejanza debe mantenerse en muchos pares de cosas, y dicha semejanza es un universal, refiere Russell. Por lo tanto, la relación de semejanza debe ser un verdadero universal. "Berkeley y Hume no llegaron a percibir esta posible refutación de su negación de las ideas abstractas, porque lo mismo que sus adversarios pensaban solo en las cualidades e ignoraban completamente las relaciones como universales" [traducción propia] (Russell, 2001: 87). Este argumento, es casi idéntico al Argumento de los relativos de Platón (Aristóteles, *Sobre las Ideas*, 83 6-17).

Postular la existencia de universales pretende que existe un criterio de verdad sustentado en la naturaleza, que es objetivo y nos puede permitir conocerla. Esto es, que las ideas no son la expresión de un suceso meramente mental, sino que son expresión de algo con existencia propia, aunque no sea palpable mediante los sentidos. Por eso, "los universales no son pensamientos, aunque cuando son conocidos son objetos del pensamiento" [traducción propia] (Russell, 2001: 89). Armstrong y Russell coinciden en que los universales no son aprehendidos *a priori* sino mediante la experiencia, es decir, empíricamente, por lo que la inducción "funciona" en la predicción científica.

Armstrong postula una filosofía primera que mediante una teoría de los universales intenta explicar la naturaleza, la realidad del mundo. La principal dificultad de dicha teoría subyace en el problema de la verdad necesaria. Es decir, "¿puede un empirista dar una explicitación satisfactoria de las verdades lógicamente necesarias de la matemática, la lógica y la filosofía misma, especialmente la filosofía primera?" (Armstrong, 1988: 379). El señalamiento de Armstrong creo que está ligado mediante el problema de los universales, con el de Aristóteles en el Libro II de la *Física*, que advierte que el problema que debe tratar una filosofía primera es el de la separación entre las entidades particulares y las universales (Aristóteles, *Física*, 194b 10-15). Si la física estudia la materia, la filosofía estudia la forma y la materia relacionadas con el fin, señala ahí Aristóteles. La separación que apunta es aún un problema sin resolver.

La búsqueda del principio de verdad es clave en la importancia de la admisión de oraciones mooreanas en el entendimiento de los universales. Y este principio podría recibir más atención como integrante del problema. Además, podría estar referido a un principio de potencia de distintas formas como, por ejemplo, la voluntad de conocer, que debe de caer por lo menos en una propiedad natural. David Lewis (1999) dice que las propiedades solo "atrapan" los "poderes causales de las cosas". Así, sigue vigente la incorporación hecha por Aristóteles, de la voluntad y el movimiento en la ecuación del problema de los universales. Creo que ha sido la ciencia la que directa o indirectamente se ha encargado de mantener vigente dicho problema en un sentido más profundo en tanto que su aplicación funciona de forma inductiva y nos deja "perplejos" ante la aparente intangibilidad de los universales. Aunque podría cuestionarse el ejercicio científico en el que se basa el empirismo de Armstrong por su sistema inductivo –como ha vuelto a señalar Popper (1962: 27) al decir que desde un punto de vista lógico dista mucho de ser obvio que estemos justificados al inferir enunciados universales partiendo de enunciados singulares, por elevado que sea su número, porque cualquier conclusión corre siempre el riesgo de resultar un día falsa–, también es necesario reconocer que la ciencia funciona.

Es decir, me parece que la "existencia" de repetición y la predicción científica, más que parte del sistema teórico de los universales son un argumento a su favor. Que más que una extensión de la teoría de universales funcionaría como un argumento en favor de la existencia de los universales y una guía de cómo pueden funcionar. Si se es nominalista, ¿qué tenemos que aceptar para explicar la predictibilidad de la ciencia? ¿Podremos decir que, aunque provisionalmente parecen existir consistencias en el tiempo, entre un fenómeno y otro, es imposible aceptar de manera deductiva, sin caer en una falacia lógica, que un fenómeno como las leyes de la gravedad se repetirá de forma infinita de la manera que hemos visto hasta ahora? ¿Estamos obligados a aceptar que solo es muy probable que se sigan repitiendo en un futuro cercano? Las leyes naturales tal vez no serían una consecuencia del sistema de los universales, sino una prueba de cómo operan. Quine (1999) dice que el estándar de la similitud, el fundamento de la aprehensión de universales, en cierta medida es innato y que puede incluso separarse del raciocinio debido a los problemas lógicos que la inducción conlleva en la predicción científica, la que, en efecto, funciona de alguna manera. Se refiere al lenguaje y la forma como es utilizado al aplicarlo a ejemplos similares, siendo la similitud un asunto de grados y siendo un asunto de prueba y error en la aplicación del lenguaje. Así, cuando uno se da cuenta de que una palabra se ha usado muy "hacia afuera" de un grupo, se pueden usar los casos falsos como prueba de lo contrario.

Este punto no va contra el empirismo, solo señala que es innato, es una proposición de que puede ser analizado en términos de comportamiento. Incluso, el estándar de similitud, mediante experimentos, puede demostrarse que existe también en otros animales. Es interesante el observar que este sentido innato se encuentra en animales sin raciocinio, y previamente, dice Quine, hemos visto qué tan alejado está de la lógica y la matemática, haciendo referencia a la inseguridad de la inducción en la formulación de leyes naturales. Así que la cuestión es: ¿por qué la ciencia, aunque tiene un mecanismo inductivo, atina a predecir sucesos de la naturaleza? Este señalamiento de Quine, también apunta a que el nominalismo está en desventaja ante el realismo, porque tendría más dificultades para resolver ese acertijo. Pero la racionalidad podría ser cuestionada en su papel de tamiz de la naturaleza, en tanto que la lógica es lenguaje y viceversa.

Dice David Lewis (1999) que una vez que se acepta que la física es la que descubre las propiedades naturales de las cosas, esta nos introduce en la formulación de leyes naturales. Él cree que son necesarios los universales para la explicación de la "legalidad" de la naturaleza. Lewis propone que hay una estructura objetiva de las propiedades y relaciones en el mundo. Él dice que no puede haber un constreñimiento externo al lenguaje del pensamiento porque la teoría ideal se conforma con lenguaje que sufre de radical indeterminación de interpretación. Así que tiene que haber algo más que constriña las teorías del mundo, además de nuestra estipulación.

Propone que en lugar de que el constreñimiento tenga que ver con el lenguaje y el sujeto, tiene que ver con el referente y no los canales causales entre referente y sujeto; así el constreñimiento no se encontrará siempre en el lado equivocado de la relación. La referencia es en parte lo que hacemos en el lenguaje o el pensamiento al referirnos a algo, pero también en parte es la elegibilidad del referente. Y esta elegibilidad para ser referido es un asunto de las propiedades naturales. Sugiere una corrección a la teoría de los universales de Armstrong que establece como un asunto de analizar la predicación de (a) (un particular) tiene la propiedad (F) (universal). Al parecer la necesidad de propiedades y universales se refiere a la forma de conocer, al primer acercamiento intuitivo de las cosas. Pues parecería que lo primero que se hace es agrupar cosas en clases, propiedades naturales. Para luego "acceder" a la idea del universal en las cosas. Para Lewis, Armstrong incurre en un error al formular el problema como un asunto de predicación, pues ese análisis no es más satisfactorio que una explicación nominalista que toma la igualdad de tipo como primitiva.

Dice Lewis que hay tres formas de contestar al problema: lo niego, lo explico como hace Armstrong, o lo acepto de forma primitiva. Es decir, no todas las opciones son un análisis. Dicho nominalismo toma a las cosas en su parecido como aparentemente del mismo tipo, o predica la naturalidad de propiedades que todas poseen y declina analizar más allá. Entre los componentes necesarios en la búsqueda del entendimiento del problema de los universales, Lewis propone el ímpetu inicial (similar al primer motor de Aristóteles) que significa la "voluntad de conocimiento", que a su vez está ligada con los "poderes causales de las cosas". El pensamiento mismo tiene lo que él llama un principio de caridad, porque existe una predisposición dada por propiedades naturales para elegir el contenido –que está dada por la naturaleza misma–. Con esto termina la indeterminación radical de la asignación de contenido, dice.

Esto, junto con la "aceptación primitiva" de los universales, establecen parámetros iniciales de observación, pues no todas las opciones son un análisis. Así, establece el problema de los universales como un asunto que no puede ser explicado, sino solo descrito mediante la observación. Además, señala que no puede ser reducido solo a términos de análisis de predicación del tipo (a) tiene la propiedad (F), como hace Armstrong, pero también creo que esa relación es el meollo del asunto relacionada con la posibilidad de la inmanencia y en qué manera puede darse si es así. El nominalismo falla en todo caso justo en que no puede explicar el problema o prefiere no hacerlo.

David Lewis propone que los universales deben ser cosas distintas a las propiedades, y que estos difieren en dos cosas principalmente: la primera tiene que ver con la instanciación. Un universal se supone que está todo completo, cuando está instanciado, es una parte constituyente, aunque no una parte espaciotemporal de la cosa. Mientras que una propiedad, en contraste, está "dispersa". Ahí, las cosas son miembros de la clase, de la propiedad. Armstrong establece que lo que hace ciertas regularidades constituir leyes naturales, es la relación de segundo orden entre propiedades de primer orden: N (F, G). (N) es la regularidad y (F) y (G) las regularidades primarias. Lewis dice que una teoría paralela a la de Armstrong podría crearse poniendo en lugar de los universales de primer y segundo orden, las propiedades naturales. Los universales vistos así, unifican la realidad de una forma que las propiedades no. Estoy de acuerdo en que esa observación facilita el entendimiento de los universales y de la presencia y co-presencia en las cosas particulares y distintas que precisamente se diferencian de otras en que poseen siempre un número y asociación distintos de universales en ellas. Así, si los universales son en las cosas y no al revés, el análisis de la realidad se simplifica, tomando a cada cosa en su particularidad, como un conjunto de universales distintos. De otra forma, la interacción de universales complicaría la intersección de conjuntos de propiedades y el "traslape" en un grado casi infinito. Cuando son grupos las propiedades, los grupos tienen que sobreponerse unos con otros.

Esa propuesta de Lewis señala otra dificultad: la aparente complejidad en los universales, es decir, que parecen compuestos unos de otros contra la "necesidad" de que sean inmanentes e inmutables según el platonismo. Russell (2001: 91-94), clasifica los tipos de universales según su "proximidad", unos más inmediatos de conocer que otros. Los sensibles, menos abstractos y así en "complejidad" creciente según el esfuerzo de abstracción. Luego siguen las relaciones, que necesitan una estructura abstracta más compleja que utiliza varios tipos de universales, en tiempo y espacio. Armstrong propone que hay relaciones de predicación, entre predicados, conceptos, clases y paradigmas, por una parte, y relaciones particulares, por la otra, que no son relaciones "productivas", que no hacen a los particulares lo que son, ya que solo la "forma" es productiva. Así, en un afán de elegir la respuesta más clara, parece probable que los universales estén en las cosas y no al revés, es decir, que los universales sean inmanentes y no que se expliquen con teorías de conjuntos o clases.

Por lo anterior, creo que hay indicios suficientes para presumir que el nominalismo aún no resuelve de forma satisfactoria el problema de los universales, y que falla en obviarlo como un falso problema. Así, me parece que hay la posibilidad de que el realismo sea aún válido para resolver dicho problema. Además, al parecer los universales están en las cosas de alguna manera, aunque todavía poco clara. Habría que resolver también cuestiones como la aparente complejidad de estos, la forma en que están en los particulares y la forma como se nos presentan. Armstrong argumenta contra el realismo trascendental, mediante el análisis de la predicación (1988), y opina que es una teoría relacional en tanto que (a) tiene la propiedad (F) solo si (a) tiene una relación adecuada con un universal trascendente o forma de (F). Pero podría quedarse corto, como advierte Lewis (1999), en tanto que el realismo trascendental acepta una percepción "primitiva" de las formas, menos racional como hace el análisis de la predicabilidad. Por eso Armstrong considera, citando a Cook Wilson, que quienes se enfrentan al problema de las relaciones entre particulares y las formas encuentran que dicha relación es indefinible, así como la naturaleza del realismo de universales trascendentes, y por eso deben aceptar que la naturaleza del universal elude, necesaria y de manera perpetua, cualquier intento de explicarse, y que el reconocimiento de ello permite acceder a la perplejidad del Parménides de Platón (Armstrong, 1988: 104).

Armstrong advierte que su argumentación va dirigida contra la postura trascendental. Dice que es casi obvio que la blancura en (a), por ejemplo, no está determinada por la relación de (a) con una entidad trascendente, porque podemos pensar (a) sin la forma de la blancura. Pero señala que este argumento falla en contra de la tesis de que "participación" significa que una parte propia de la forma está realmente en (a). Acusa que esta primera alternativa "carece de valor porque rompe la unidad de la Forma" (1988: 105); aunque otra –que la forma es algo presente como una totalidad en (a), o sea una totalidad en los particulares–, debe tomarse muy seriamente. Sin embargo, la argumentación de que es obvio que si algo no es perceptible a "primera vista" no existe, como en el caso de la forma de la blancura, me parece que no es tan segura. Es decir, creo que el uso de la razón, de la mayéutica y la dialéctica para alcanzar "verdades" no aparentes no ha sido rebasado. El mismo Armstrong propone que además de las relaciones que él llama "productivas" y que son aquellas que dan al particular su ser, debe haber relaciones "lógicamente constitutivas", como es la relación en que se encuentran forma y objeto en la blancura de (a). Considero pues, que el ejercicio de la mayéutica y la dialéctica son fundamentales para llegar a la conjetura de que hay entidades separadas de los particulares. La carencia de inmanencia puede ser una ventaja por simplificar el entendimiento de los universales. Así lo reconoce Armstrong cuando advierte que al aceptar universales trascendentes, los particulares, separados, pueden participar de, o imitar a los primeros en grado mayor o menor. "Los especímenes pueden ser representantes imperfectos o excéntricos de su tipo. Desde esta perspectiva la carencia de inmanencia se hace una ventaja" (1988: 106). Y es en esta discusión que podemos ver uno de los grandes problemas que enfrentan los universalistas en la actualidad, lo mismo que en su modalidad clásica, que produce la "perplejidad" recurrente desde el *Parménides*.

¿Qué problema tienen los universales?

Como hemos visto arriba, los problemas que enfrentan los universalistas son variados y tienen que ver con la localización múltiple y la identidad de naturaleza. Es decir, cómo puede estar en muchas cosas siendo uno sin perder la identidad de naturaleza respecto de las cosas en las que se encuentra y, además, conferirles dicha naturaleza. Porque está claro que si decimos que tienen la capacidad de estar en muchas cosas, y a la vez seguir siendo uno, es porque tienen una naturaleza distinta a esas otras muchas cosas. Sin embargo, esto significaría que tienen una naturaleza substancialmente distinta. Lo que nos lleva a preguntarnos, ¿cómo entonces, pueden conferir una naturaleza distinta a la propia, a esas cosas en las que se encuentran?

Estas objeciones se presentan de muy diversas maneras, pero son hasta el momento problemas no resueltos de forma satisfactoria. El problema está en que nos encontramos en un nuevo dilema: la ciencia y la razón nos indican que lo más probable es que debamos aceptar entidades universales que explican el conocimiento, pero a la vez estas entidades tienen problemas que nos hacen querer retroceder debido a lo absurdos que parecen aparecer. Luego, el nominalismo no parece tampoco proveer respuestas, ya que más bien parece evitar el problema. De esta manera es que creo que estamos obligados a enfrentar el problema de los universales de una u otra manera, sea intentando responder nominalistamente o "arreglando" el universalismo. Pero ¿arreglarlo significa la necesidad de postular conclusiones ontológicas que consideramos a primera vista absurdas? ¿Qué sucedería si las paradojas en lugar de dejarnos perplejos nos obligaran a aceptar cosas que hemos considerado imposibles?

Bibliografía

Armstrong, D.M. (1988), Los Universales y el Realismo Científico, Universidad Nacional Autónoma de México.

Echandía, Guillermo (1995). Aristóteles: La Física. Gredos, Madrid.

E. Elorduy "Las quinque voces de Porfirio", Actas del V Congreso de Filosofía Medieval I, Madrid, 1979, pp. 685-697.

Klima, Gyula, "The Medieval Problem of Universals", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL=<https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/universals-medieval/>.

Lewis, David (1986) On the Plurality of Worlds. Oxford: Blackwell.

Lewis, David (1999), "New Work for a Theory of Universals", Metaphysics, editado por Jaegwon Kim and Ernest Sosa, Blackwell, Estados Unidos.

Popper, Karl (1962), La lógica de la investigación científica. Ed. Tecnos, Madrid.

Porfirio, Isagoge, en Spade 1994 (henceforth, Five Texts), p. 1.] Spade, P. V., (tr.), Five Texts on the Mediaeval Problem of Universals: Porphyry, Boethius, Abelard, Duns Scotus, Ockham, Indianapolis: Hackett, 1994.

Putnam, Hilary (1985). Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers 1 (2 edición). Cambridge: Cambridge University Press.

Quine, W. V. O. (1961) "On What There is", in From a Logical Point of View. 2nd/ed. N.Y: Harper and Row.

Russell, Bertrand (1912) The Problems of Philosophy. London: Home University Library.

Vallejo, Álvaro (2005). Aristóteles: Fragmentos. Madrid: Gredos.

Comentario a Alfonso Peña

Alfonso Ávila

Es una gran satisfacción enterarse que al menos un alumno tomó en serio alguna pregunta que le hicimos en clase. Este es el caso del ahora doctor Alfonso Peña. Fue mi alumno en la maestría y tuve el gusto de dirigir su tesis: "El problema de los universales en Sócrates y los Sofistas". En el doctorado en la UNAM continuó esa misma línea, pero ahora en Aristóteles. En su primera tesis, una de las mejores que se han presentado en la maestría, después de analizarlos con mucha erudición, termina defendiendo a los sofistas frente a Sócrates. Ahí dice que estos afirman que los universales son arbitrarios, ya que, como decía Heráclito, no hay nada fijo; de manera que los universales son solo una forma de hablar –contradiciendo, con ello, a Sócrates quien pensaba que hay algo que es común en los objetos que caen bajo un concepto.

La pregunta que le formulé cuando era estudiante fue: "Si aceptamos el nominalismo de los sofistas, ¿cómo explicamos que funciona la ciencia?". Creo que el presente trabajo, una especie de diálogo platónico, es justamente la búsqueda de una respuesta a esa pregunta.

Al explorar una posible respuesta, Alfonso Peña explora el problema en dos direcciones: *a*) si la ciencia funciona, es porque nos dice cómo es la realidad y nos lo dice por medio de entidades matemáticas y leyes naturales, y *b*) analiza la discusión entre particulares y universales desde Platón y Aristóteles hasta las propuesta modernas de Armstrong y Lewis, pasando por la Edad Media.

Con respecto a la ciencia, recuerda la teoría de la indispensabilidad de Quine y Putnam, lo cual lo conduce a inclinarse ahora por la posición realista frente a la propuesta nominalista que no puede explicar el éxito de la ciencia. Esto es más o menos claro y definitivo para Peña. Pero creo que se desvía un poco haciendo referencia a las matemáticas presentes en las teorías científicas, tal vez, haciendo eco de Kant cuando dice que "no hay ciencia en sentido propio, más que en la medida que pueda encontrarse matemática en ella" (Kant, 1993: 102). De esa forma, Peña mezcla las entidades abstractas como los números, con los universales en tanto que generalizaciones de lo común en varios particulares. Aunque el 5 y lo rojo pueden verse ambos como entidades abstractas, el 5 no se abstrae de la naturaleza como el rojo de las cosas rojas, como bien le criticó Frege a Mills. Lo primero obligaría a Peña a dar una caracterización de las matemáticas y su aplicación en el mundo real, lo cual rebaza su intención en este trabajo.

Lo segundo es lo que aborda Alfonso Peña con más detenimiento. Parte del análisis del *Parménides*, de Platón, en el que este cuestiona su propia teoría de las ideas: ¿las cosas sensibles participan de las ideas o son copias de estas? Posturas, ambas, problemáticas. La solución aristotélica tiene las mismas dificultades tal y como lo presentan Boecio y Porfirio en la *Isagoge:* "el género y la especie ¿son reales o están solo en el pensamiento?".

Finalmente, Alfonso Peña analiza dos posturas modernas: *1*) la de Lewis, para quien los universales son necesarios para la legalidad de la naturaleza, ya que hay una estructura objetiva de las propiedades y relaciones en el mundo, y *2*) la de Armstrong, para quien los universales que postula la ciencia *a posteriori* son lo fijo, lo constante de la realidad. Sin embargo, Peña dice que un empirista como Armstrong no puede dar una explicación de las verdades necesarias de la matemática. Otra vez, se presenta para Peña la necesidad de explicar el papel de la matemática. A este respecto, Bigelow, seguidor de Armstrong, propone que "la matemática es una teoría de los universales" (1988: 12). Esta propuesta presenta problemas porque implica que la matemática recoge la estructura del mundo, pero, al menos, es una respuesta a la inquietud de Peña.

Bibliografía

Bigelow, J. (1988). *The reality of numbers.* Oxford: Clarendon Press.

Kant, I. (1993). *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza.* México: Universidad Nacional Autónoma de México.

El problema de los fundamentos: incubadora de la filosofía de la ciencia

*Adolfo García de la Sienra**

Génesis histórica de la lógica matemática

En una carta dirigida en 1826 al profesor Christoffer Hansteen, el matemático Niels Henrik Abel se quejaba de:

> […] la tremenda oscuridad que incuestionablemente encuentra uno en el análisis. Carece completamente de todo plan y sistema y el hecho de que tantos lo hayan podido estudiar es notable. Lo peor del caso es que nunca ha sido tratado rigurosamente. Hay muy pocos teoremas en el análisis superior que se hayan demostrado de una manera lógicamente sostenible. En todas partes encuentra uno esta manera miserable de concluir lo general partiendo de lo especial y es extremadamente peculiar que tal procedimiento haya llevado a tan pocas de las así llamadas paradojas (en Kline, 1992: 1250-1251).[1]

Este pasaje de la carta de Abel ilustra perfectamente la crítica actitud de muchos matemáticos de la época hacia el análisis. Lo que Abel llamaba "el análisis" consistía en una extensión del cálculo diferencial e integral (o cálculo

* Instituto de Filosofía, Universidad Veracruzana.

[1] Las traducciones de todos los textos citados en adelante son mías, excepto cuando la referencia bibliográfica es a un texto traducido al castellano o publicado originalmente en esta lengua.

de fluxiones, como lo llamaba Newton) a otras ramas, como las series infinitas, las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, y el cálculo de variaciones. Esta extensión ocurrió durante el siglo XVIII y estuvo claramente motivada por el desarrollo de la mecánica newtoniana. Según Kline (1992: 814-815): "Mucho más que en cualquier otro siglo, el trabajo matemático del siglo XVIII estuvo directamente inspirado por problemas de la física. Bien puede decirse que el objetivo del trabajo no eran las matemáticas, sino la solución de problemas físicos; las matemáticas solo significaban un medio para fines físicos".

Tal vez los espectaculares éxitos logrados por la mecánica clásica, principalmente por la mecánica celeste, expliquen por qué a pesar de la "tremenda oscuridad" que encontraba Abel en el análisis "tantos" pudieron haberlo estudiado. Por otra parte, el hecho de que la "miserable manera" de inferir conclusiones generales a partir de premisas particulares condujera a pocas contradicciones parece haberse debido principalmente a que:

> [el] significado físico de las matemáticas guio los pasos matemáticos y aportó continuamente argumentos parciales para cubrir los pasos no matemáticos. En esencia, el razonamiento no se diferenciaba de una prueba de un teorema de geometría, donde algunos factores totalmente obvios en la figura son usados aunque ningún axioma o teorema los apoye. Finalmente, lo correcto de las conclusiones físicas ofreció seguridad de que las matemáticas debían ser correctas (Kline, 1992: 817).

La observación de que el análisis estaba menesteroso de fundamentos proviene del siglo XVIII. En una fecha tan temprana como 1754 Jean-le-Rond d'Alembert señalaba que el análisis requería de una teoría de los límites. No fue, sin embargo, sino hasta 1821 (cinco años antes de que Abel enviara a Hansteen su carta) que el matemático Augustin-Louis Cauchy desarrolló la primera teoría aceptable de los límites y definió, en términos del concepto de límite, los conceptos de *continuidad*, *diferenciabilidad* e *integral definida*. Abel tuvo conocimiento del *Cours d'analyse algébrique*, donde Cauchy presentó su teoría de los límites, a más tardar en alguna fecha del año de 1826, pues en ese mismo año escribió las siguientes palabras, refiriéndose al mismo *Cours d'analyse*: "este distinguido trabajo debe ser leído por todo aquel que ame el rigor en las investigaciones matemáticas".[2] Es por ello que si Abel conocía ya este trabajo cuando escribió su carta a Hansteen, seguramente exageraba al decir que el análisis nunca había sido tratado de forma rigurosa. Como quiera que haya sido, el *Cours d'analyse* de Cauchy fue el punto de partida de un proceso de clarificación y reconstrucción lógica del análisis (en el que participó el mismo Abel) que habría de culminar con la eliminación de conceptos a la sazón tan oscuros como *infinitamente pequeño*, *incremento evanescente* o *cantidad despreciable*,[3] y con la demostración rigurosa de los teoremas del análisis, que hasta entonces se habían admitido sobre la base de puras consideraciones geométricas y físicas intuitivas.

El progresivo refinamiento de los conceptos del análisis condujo a resultados sorprendentes e inimaginados hasta entonces. Así, en una conferencia dictada en la Academia de Berlín en 1872, Karl Weierstrass exhibió una función continua, pero no diferenciable. El descubrimiento de este tipo de funciones puso en grave predicamento la comprensión que tenían los matemáticos del sistema de los números reales y exigía, acordemente, un programa de trabajo conducente a aclarar los conceptos relativos a dicho sistema. Este programa, conocido como "programa de aritmetización del análisis", promovido en su origen por Weierstrass alrededor de la década de los setentas del siglo XIX, en lo fundamental buscaba dar una definición precisa de la "esencia de la continuidad" mediante una definición adecuada del concepto de *número irracional*, partiendo de los conceptos de la aritmética, es decir, del sistema de los números naturales.

Se atribuye a Leopold Kronecker haber declarado en una reunión en Berlín en 1886 lo siguiente: "*Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk*".[4] Esta curiosa declaración expresa vívidamente la actitud que adoptaron algunos matemáticos de las universidades alemanas durante el último cuarto del siglo XIX frente al problema de dar un fundamento adecuado a la teoría de los números reales. Ellos, al igual que Kronecker, creían que el análisis era por completo reducible a la aritmética de los números naturales, en el sentido de que todo enunciado del análisis

[2] En un artículo de 1826 sobre las series binomiales.

[3] Estos conceptos han sido definidos rigurosamente por Abraham Robinson (1966). Al utilizar los resultados de la lógica matemática, Robinson hizo una reconstrucción del análisis infinitesimal (también llamado "análisis no estándar") que satisface los criterios lógicos más estrictos.

[4] "Los números enteros han sido creados por Dios; el resto es obra del hombre".

"no era más que" un enunciado disfrazado acerca de números naturales. Solo faltaba probar esta conjetura construyendo de forma efectiva los números reales a partir de los números naturales (cuya existencia era tomada como un hecho), definiendo de manera rigurosa sus conceptos a partir de los de la aritmética y deduciendo por medio de la lógica sus enunciados a partir de los enunciados aritméticos.

El proceso de aritmetización del análisis tuvo dos vertientes que desembocaron en resultados igual de relevantes. Por un lado, el propio Weierstrass sugirió una teoría, que habría de desarrollar Georg Cantor, según la cual un número √2, es idéntico a una sucesión de racionales; en este caso a la sucesión

$$1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, \ldots$$

de números racionales obtenidos por aproximaciones sucesivas a √2.[5] Por otra parte, Richard Dedekind, en su *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (1872) propuso una teoría de los números reales en la que identificaba a estos objetos con lo que actualmente se conoce como "cortaduras (*Schnitte*) de Dedekind". De acuerdo con esta teoría, un número real, digamos el mismo √2, es idéntico al conjunto de todos los números racionales menores que √2. La teoría de Dedekind que sin lugar a dudas es la más favorecida por los autores de libros de texto de análisis contemporáneos, es equivalente a la de Cantor en el sentido de que tanto las cortaduras de Dedekind como las sucesiones de Cantor constituyen un campo ordenado arquimediano.

Sin embargo, hoy sabemos que el programa de aritmetización del análisis en su versión kroneckeriana estricta es irrealizable. Ello se debe a dos razones. La primera, que quizá es la más decisiva, es que Tarski (1939) ha demostrado la existencia de teoremas concernientes a la teoría de los números reales que no son equivalentes a ningún teorema concerniente a la aritmética de los números naturales. La segunda razón reside en que tanto la reconstrucción de Cantor como la de Dedekind presupone de forma necesaria la existencia en acto de agregados infinitos, desde el momento en que

[5] Más exactamente, √2 es igual al conjunto de todas las sucesiones de Cauchy (x) que son k equivalentes a la sucesión 1.4, 1.41, 1.414, 1.4142... Las sucesiones de Cauchy (xk) y (yk) son equivalentes si, y sólo si, para cada $\varepsilon > 0$ racional hay un entero N tal que $|x_k - y_k| < \varepsilon$ para todo $k > N$.

ambos definen los números irracionales como conjuntos infinitos de números racionales. Pero esto contrariaba de manera abierta la exigencia de Kronecker en el sentido de que la reconstrucción del análisis debía ser llevada a cabo con el uso de métodos finitistas, excluyendo explícitamente la posibilidad del infinito actual.

La necesidad de admitir la existencia en acto de agregados infinitos, impuesta por el desarrollo del proceso de reconstrucción del análisis, proceso que había alcanzado un punto culminante con las definiciones de los números irracionales producidas por Cantor y Dedekind, de seguro fue una de las razones que impulsaron al primero a abordar los problemas y las "paradojas" conectadas con los conjuntos infinitos. Pero la teoría de los conjuntos hinca sus raíces todavía más profundamente –si ello es posible– en las necesidades del análisis. De acuerdo con Bourbaki (1968: 46), "Las necesidades del análisis –en particular el estudio a fondo de las funciones de variables reales, que se desarrolla durante todo el siglo XIX– son el origen de lo que iba a convertirse en la moderna teoría de conjuntos".

Algunas nociones clave de la teoría de los conjuntos, como la noción de equipolencia, aparecen ya en un trabajo del filósofo y matemático Bernhard Bolzano[6] publicado en 1851 con el título de *Paradoxien des Unendlichen*. Fue Cantor, sin embargo, a partir de sus trabajos sobre las series trigonométricas, quien habría de desarrollar la teoría de los conjuntos de una manera sistemática. Los extraordinarios resultados de Cantor, por ejemplo, el que afirma la existencia de una correspondencia biunívoca entre la recta R y el espacio R^n, crearon una fuerte oposición por parte de matemáticos muy influyentes en Alemania, sobre todo por parte de Schwarz y Kronecker. No obstante, Dedekind (1888), quien había seguido con gran interés las investigaciones de Cantor desde sus comienzos, se tomó el trabajo de mostrar cómo el concepto de *número natural* podía ser definido en términos de conceptos pertenecientes a la teoría de los conjuntos, de la misma manera que el concepto de *número real* podía ser definido a partir de conceptos pertenecientes a la aritmética de los números naturales. Por lo demás, Dedekind no era el único que creía en la posibilidad de reducir la aritmética a una teoría

[6] Bolzano fue además un lógico destacado. Algunos autores, como Blanché (1973), ubican el origen de la filosofía de la ciencia en la Wissenschaftslehre (1837) de Bolzano. Ciertamente, allí aparece la idea de una metateoría, pero esta necesitaba atacar los problemas de los fundamentos, así como esperar el desarrollo de la lógica matemática, para desarrollarse en su forma actual.

aún más fundamental. En el Prefacio a la segunda edición de su opúsculo de 1888, fechado en 1893, Dedekind escribió:

> cerca de un año después de la publicación de mi memoria tuve conocimiento de los *Grundlagen der Arithmetik* de G. Frege, que habían aparecido ya en el año de 1884. A pesar de que la concepción de la esencia del número adoptada en esa obra es diferente de la mía, aun así contiene, particularmente a partir del §79, puntos de estrecho contacto con mi artículo, especialmente con mi definición (44). El acuerdo, seguramente, no es fácil de descubrir tomando en cuenta la diferente forma de expresión; pero la positividad con que el autor habla de la inferencia lógica de n a n+1... muestra plenamente que aquí él se encuentra en el mismo terreno conmigo.

En efecto, Gottlob Frege, un "modesto" e ignorado profesor de la Universidad de Jena, tenía ya bastante tiempo dedicado al problema de los fundamentos de la aritmética cuando apareció el opúsculo de Dedekind. Frege, quien era un profesor de filosofía menospreciado por la burocracia de la universidad en que trabajaba, a la vez que una de las más grandes figuras en la historia de la lógica, retomó el antiguo proyecto leibniziano de mostrar que la matemática era enteramente reducible a la lógica. La problemática que dominó la obra de Frege no era, por lo tanto, de carácter matemático; era una de orden filosófico y, más en específico, de orden epistemológico. La manera en que abordó esta problemática, sin embargo, inauguró una forma de filosofar cuyas modalidades y alcance han sido extraordinarios. Partiendo del supuesto leibniziano de que el conjunto de las verdades está dividido en dos clases mutuamente excluyentes –a saber, la clase de las verdades de razón y la clase de las verdades de hecho–, Frege se preguntó a cuál de estas dos clases pertenecían las verdades de la matemática. La respuesta de Frege es la misma que dio Leibniz: las verdades de la matemática son verdades de razón; esto es, tales verdades deben poder ser deducidas de las "leyes sobre las que descansa todo conocimiento",[7] que no son otras sino las de la lógica.

Frege se propuso, pues, aportar plausibilidad a una tesis filosófica, pero no mediante una argumentación de carácter metafísico sino –y aquí reside el secreto de su nueva forma de filosofar– mediante la realización de un pro-

[7] *Cfr*. el "Prólogo" de su *Conceptografía*… (1972).

grama de trabajo teórico cuya finalidad era deducir, paso a paso, las leyes de la aritmética a partir de las de la lógica. Pero del sistema de las "leyes de la lógica", de esa lógica que Kant consideraba como algo acabado y no susceptible de ulterior extensión, solo existían, hasta la época de Frege, apenas algo más que fragmentos. En particular, a pesar de la existencia de los trabajos de George Boole (1847, 1854) y Augustus de Morgan (1847), hacía falta una teoría de la cuantificación para desarrollar el programa leibniziano. Tan solo para poder avanzar en su proyecto, Frege produjo esa teoría de la cuantificación dando origen, de esta manera, al primer sistema de lógica de predicados y cuantificadores, así como a muchos métodos y conceptos típicos de la lógica simbólica contemporánea. Este sistema fue presentado por primera vez en 1879, en una obra solamente comparable con el Órganon de Aristóteles: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.*[8]

No importa destacar aquí, desde luego, las semejanzas o diferencias que pudiera haber entre la reconstrucción de Dedekind y la de Frege; lo que importa señalar es que con la obra de Cantor, Frege y Dedekind parecían llegar a una culminación exitosa el proceso de reconstrucción y fundamentación lógica del análisis matemático empezado con el trabajo de Cauchy. La teoría de los conjuntos lograba cada vez mayor aceptación por parte de los matemáticos y ya en el I Congreso Internacional de Matemáticos, realizado en Zurich en 1897, en el que Hadamard y Hurwitz señalaron sus importantes aplicaciones al análisis, su consagración oficial era un hecho. Por otra parte, Frege, en la soledad de su pensamiento, parecía haber logrado, en su *Grundgesetze der Arithmetik* (1893, 1903) y su *Die Grund- lagen del Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung* ü*ber den Begriff der Zahl* (1884), la realización de uno de los sueños más preciados de Leibniz.

Pero este ambiente de optimismo, sin embargo, no habría de durar mucho tiempo. En el mismo año del congreso de Zurich, Cesare Burali-Forti publicó un artículo en el que mostraba la existencia de una contradicción en la teoría de los conjuntos. De acuerdo con esta teoría, el conjunto de los ordinales está bien ordenado y por lo tanto tiene un ordinal, pero este ordinal es a la vez un elemento del conjunto de los ordinales y mayor que cualquier

[8] Conceptografía, lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro. Ver la traducción castellana de esta obra por Hugo Padilla en Frege (1972).

ordinal en el conjunto. A esta paradoja siguieron otras. El mismo Cantor, en una carta de 1899 a Dedekind, señaló que suponer la existencia del conjunto de todos los conjuntos conducía necesariamente a una contradicción. Pero la antinomia que mayor impacto causó en el mundo de las matemáticas fue sin duda la de Bertrand Russell. Esta antinomia, conocida como "la paradoja de Russell", fue descubierta por él mismo en junio de 1901 y comunicada a Frege, por carta, en 1902. La antinomia afectaba tanto a la obra de Frege como a la de Cantor y Dedekind, como lo mostró Russell en la carta mencionada usando la terminología de esos autores además de la ideografía de Peano. La paradoja se puede formular así: sea $w = \{x : x \notin x\}$ el conjunto de los conjuntos que no son elementos de sí mismos y supóngase que $w \in w$. Se ve entonces que w satisface la condición para pertenecer a w y, por ende, $w \in w$. Pero si $w \in w$ entonces w satisface dicha condición y se sigue que $w \notin w$. Por consiguiente, w es elemento de w si y sólo si w no es elemento de w. Esta contradicción, que hace uso exclusivo de las elementales nociones de conjunto y pertenencia (o de predicado y predicación, en la terminología de Frege) ponía en crisis no solo la teoría de los conjuntos y los fundamentos del análisis, sino incluso los mismos fundamentos de la lógica.

Las reacciones de los matemáticos y de los lógicos ante estas paradojas fueron variadas, pero todos coincidieron en que la situación que planteaban era alarmante. Solo podían dejar de preocuparse aquellos que no entendían lo que estaba pasando: se estaban poniendo en cuestión los fundamentos de la lógica y del análisis clásico. Por eso no debe extrañar el hecho de que al despuntar el alba del siglo XX los mejores talentos matemáticos estaban ocupados en dar una respuesta a las paradojas. La lucha por eliminar las contradicciones habría de dar a la lógica formal el mayor impulso de su historia.

Según Russell, la causa de todas esas paradojas (y otras más que surgieron en el ínterin) residía en la introducción de definiciones impredicativas, es decir, de estipulaciones que definen un objeto en términos de una clase de objetos que contienen al objeto que está siendo definido. Para eliminar este tipo de definiciones que Russell formuló su Principio del círculo vicioso: "todo lo que involucre a los miembros de una colección no debe ser él mismo un miembro de la colección". En *Principia Mathematica* (1910, 1912, 1913), Alfred North Whitehead y Russell retomaron el programa de Frege y Leibniz de reducir las matemáticas a la lógica construyendo un sistema de lógica libre de antinomias. Para lograr esto sería suficiente apegarse estrictamente al Principio del círculo vicioso. Ello lo hicieron Whitehead y Russell mediante la teoría de los tipos, especificando que ninguna función puede tener como uno de sus argumentos algo definido en términos de la misma función. Con la teoría de los tipos las paradojas se eliminaron, pero la reconstrucción del análisis se volvió una tarea extraordinariamente compleja. Como señala con claridad Kline (1992: 1580), de acuerdo con la teoría de los tipos, un número irracional definido por la cortadura de Dedekind resulta ser de un tipo más alto que un número racional, el que a la vez es de un tipo más alto que un número natural, de manera que el continuo consiste de números de diferentes tipos.

Para escapar a esta complejidad Whitehead y Russell introdujeron su axioma de reducibilidad, el cual afirma la existencia, para cada función proposicional de cualquier tipo, de una función proposicional equivalente de tipo cero. Pero este axioma les pareció a muchos matemáticos una especie de conejo sacado del sombrero e incluso algunos lo calificaron como "sacrificio del intelecto". Nadie en la actualidad parte de los *Principia…* para proveer fundamentos a la aritmética, pero es una obra históricamente importante porque mostró las dificultades del programa logicista. También a la misma se debe haber introducido una notación más conveniente que la de Frege.

Otra reacción ante las antinomias fue la de los intuicionistas, entre los que se encontraban matemáticos tan destacados como Henri Poincaré y Hermann Weyl. Según ellos, la causa de las paradojas residía, primero, en la admisión del infinito actual y, segundo, en la generalización de la lógica clásica, abstraída originalmente de las matemáticas de los conjuntos finitos y aplicada sin justificación a la matemática de los conjuntos infinitos. De acuerdo con Weyl (1946),

> este es el derrumbe y el pecado original de la teoría de los conjuntos, por el cual es justamente castigada por las antinomias.[9]

Acordemente, los intuicionistas rechazaron la teoría de los conjuntos e impusieron severas restricciones sobre lo que podría ser considerado una demostración en matemáticas, negando la posibilidad de aplicar de forma irrestricta el principio de tercero excluido y rechazando las demostraciones de existencia no constructivas en favor de procedimientos constructivos finitos. Sin embargo, tan estrictos cánones metodológicos obligan al rechazo de

[9] Para una exposición de la filosofía de la matemática de Weyl, ver Weyl (1965).

una buena porción del análisis clásico –un precio demasiado alto que pocos matemáticos estaban dispuestos a pagar.

Mientras tanto, otra salida de las antinomias –que hasta el momento parece ser la más plausible– fue dada por Ernst Zermelo en 1908 mediante la primera axiomatización de la teoría de los conjuntos. Sin poner en cuestión "las universalmente válidas leyes de la lógica", Zermelo se propuso eliminar las inconsistencias de la teoría de los conjuntos rehusándose a tomar como conjuntos colecciones "demasiado grandes", como la de todas las "cosas", la de todos los ordinales o la de todos los conjuntos, y definiendo de manera implícita el concepto primitivo de conjunto exclusivamente mediante condiciones axiomáticas. El sistema resultante era suficiente para los propósitos del análisis, disciplina que constituía –y sigue constituyendo– el corazón de la práctica de las matemáticas. Por lo tanto, solo bastaría demostrar la consistencia del sistema de Zermelo para establecer que la disciplina se encontraba sobre una base segura. El sistema de Zermelo fue ulteriormente perfeccionado por Fraenkel (1922) y Skolem (1922). John von Neumann (1925) proporcionó una axiomatización alternativa de la teoría de los conjuntos, más intrincada que la de Fraenkel, que después fue simplificada por Bernays en una serie de artículos publicados en el *Journal of Symbolic Logic* entre 1937 y 1954,[10] y Gödel (1940). Sin embargo, a pesar de que las antinomias típicas han sido abolidas en los dos sistemas, de ninguno de ellos se puede afirmar aun hoy, con toda certeza, que esté libre de contradicción.

El problema de establecer la consistencia de la matemática fue la *raison d'etre* del programa metamatemático hilbertiano y la fuerza motriz que impulsó el formidable desarrollo de esta nueva disciplina matemática a partir de la segunda década del siglo XX. David Hilbert, quien fue el propugnador de este programa, fue también el artífice de la nueva concepción de la axiomática. Esta nueva concepción se pone de manifiesto en la reconstrucción de la geometría euclideana elaborada por el mismo Hilbert durante los últimos años del siglo XIX y publicada como *Die Grundlagen der Geometrie*[11] en 1899. En 1900 Hilbert produjo también una base axiomática para el sistema de los números reales e indicó que el problema de la consistencia de la geo-

[10] Recogidos en Müller (1976). Ver también Bernays (1958).

[11] Hay traducción española, por Juan David García Baca, incluida como apéndice en la edición mexicana de los *Elementos de Euclides*, publicada por la Universidad Nacional Autónoma de México.

metría se reducía al problema de la consistencia de este sistema. En ese mismo año tuvo lugar, en París, el II Congreso Internacional de Matemáticos, en el que Hilbert propuso a sus colegas una célebre lista de problemas entre los que se encontraba el de dar una demostración de la consistencia del sistema de los números reales. Hilbert no abordó este problema de inmediato, pero cuatro años más tarde, en el III Congreso Internacional de Matemáticos, celebrado en Heidelberg en medio de la tormenta desatada por las antinomias, Hilbert atacó en una ponencia el problema de la consistencia de la aritmética (ver Hilbert 1905), concebida como una disciplina diferente de la lógica y la teoría de los conjuntos, con métodos que anunciaban ya los que habría de desarrollar después en su *Beweistheorie*.

Hilbert abandonó sus investigaciones relativas a los fundamentos de las matemáticas desde 1904 para reiniciarlas quince años más tarde, con nuevos bríos, movido por el deseo de responder a las críticas intuicionistas al análisis clásico. Estas críticas influenciaron de tal manera el pensamiento de Hilbert que, si bien continuó admitiendo de manera irrestricta las leyes de la lógica clásica, y tenía en alta estima a la teoría de los conjuntos, se impuso la tarea de aportar pruebas de consistencia para las teorías matemáticas mediante el empleo exclusivo de métodos finitistas, bastante cercanos a los principios intuicionistas. El problema fundamental seguía siendo aportar una demostración de la consistencia de la aritmética. Pero este problema nunca iba a poder ser resuelto dentro de los estrechos marcos finitistas de la metamatemática hilbertiana. En efecto, Gödel (1931) demostró que en todo sistema S con las propiedades siguientes:

1) S es axiomatizable
2) los únicos principios de inferencia de S son las reglas de sustitución e implicación
3) S contiene un sistema formal Z con los axiomas de Peano y las reglas lógicas del cálculo funcional restringido, el enunciado "S es consistente" es indemostrable.

El descubrimiento de enunciados indecidibles puso un freno al programa finitista de Hilbert y constituye a la vez uno de los logros más importantes de la metamatemática, aunque ciertamente no el único ni el último.[12] En la ac-

[12] Para una buena introducción a esta disciplina ver Boolos, Burgess y Jeffrey (2002). El libro "canónico" de la disciplina es el de Kleene (1974).

tualidad, la metamatemática constituye una floreciente disciplina que incluye como una de sus partes a la lógica matemática, entendida como la metateoría de los sistemas deductivos. Desde luego, la formalización de los principios de la lógica clásica, iniciada por Boole, De Morgan y, sobre todo, por Frege, así como el estudio de los cálculos lógicos o sistemas logísticos,[13] encuentra su expresión más acabada en la metamatemática, durante la década de 1920,[14] como una respuesta a las exigencias planteadas por el programa de Hilbert.

Es pertinente introducir ahora distinciones importantes. La lógica formal en general trata también lenguajes formalizados, pero no debe ser confundida con la metamatemática. La lógica formal general es la lógica vista como un lenguaje, una *lingua characteristica*, y su semántica no es en general conjuntista. Puede considerarse como una rama de la filosofía porque el desarrollo de la teoría lógica implica una toma de posición frente a las posiciones ontológicas representadas por el nominalismo, el conceptualismo y el realismo, de manera que en última instancia no es factible una "lógica sin metafísica".[15] En cambio, la metamatemática ve los sistemas logísticos como *calculi raciocinatores*.[16] Considérese la siguiente caracterización de la metamatemática dada por Tarski (1956b: 30):

> las disciplinas deductivas formalizadas forman el campo de investigación de la metamatemática en el mismo sentido, a grandes rasgos, en que las entidades espaciales encuentran su expresión más acabada en el campo de investigación de la geometría. Estas disciplinas son consideradas, desde el punto de vista de la metamatemática, como conjuntos de enunciados.

Las preguntas que se formuló (y se sigue formulando) la metamatemática –a propósito de los sistemas logísticos– son las mismas que siempre se ha

[13] Este término se debe a Alonzo Church.

[14] Por ejemplo, en Bernays (1926, en Müller 1976) y Hilbert y Ackermann (1928).

[15] Ver Freund (2008) para un argumento en favor de esta tesis.

[16] Esta distinción se formula y discute en Van Heijenoort (1967). Hintikka (1988) se refiere a la primera forma de practicar la lógica como la "tradición universalista", y a la segunda como la "tradición modeloteórica"; sostiene que la primera se inscribe en la idea del lenguaje como un medio universal y la segunda en la idea de lenguaje como cálculo.

hecho a propósito de la aritmética o de cualquier otra teoría matemática, por ejemplo: ¿son estos sistemas consistentes?, ¿son completos?, ¿son decidibles? La búsqueda de respuestas a estas preguntas dio lugar al surgimiento de nuevas ramas de la metamatemática, tales como la teoría de los modelos[17] y la teoría de las funciones recursivas. Por lo demás, se han dado respuestas definitivas en algunos casos a tales preguntas. Por ejemplo, Gödel (1930) y Henkin (1949) demostraron que los sistemas logísticos de primer orden son completos, mientras que Church (1936) demostró que son indecidibles.

Espero que la historia bosquejada a lo largo de estas páginas haya dejado en claro el origen de la metamatemática en general y de la lógica matemática en particular, así como los problemas que le han dado una razón de ser: los problemas relativos fundamentalmente a la consistencia de la matemática, problemas originados en el proceso de aritmetización del análisis y de "conjuntización de la aritmética". La pregunta que se impone ahora es la siguiente: ¿tiene algún sentido, algún objeto, hacer a las teorías pertenecientes a otros campos (como el de la física o la economía) objetos de la metamatemática o, por lo menos, de una disciplina análoga a la metamatemática?

La axiomatización de la física

Para Hilbert, el problema de proporcionar una reconstrucción axiomática de una teoría científica "no puramente matemática" (como la teoría de la relatividad general), al igual que el de axiomatizar una teoría "puramente matemática" (como la geometría proyectiva), era un problema de orden matemático. Por lo menos así lo entendió Hilbert, con claridad, cuando propuso su célebre lista de problemas matemáticos a sus colegas en el congreso de 1900. El sexto de esa lista de problemas era precisamente el de axiomatizar las teorías de la física. Hilbert mismo –quien además era un distinguido físico teórico– contribuyó a la solución de este problema axiomatizando la teoría fenomenológica de la radiación (Hilbert, 1912; 1913; 1914) y su propia "teoría del campo unificado de la gravitación y el electromagnetismo". Lamentablemente, nos dice Bunge (1978),

[17] Ver Tarski (1954a; 1954b; 1955).

> [Hilbert] erró en la elección de los temas: la primera teoría ha estado desde el putsch cuántico de Planck en revisión (la revolución cuántica llegó mucho más tarde) y la segunda teoría fue prematura. Así, los ensayos de Hilbert en axiomática física apenas recibieron atención (159-160).

Lo que parece ser la primera contribución a la resolución del sexto problema de Hilbert se debe a Carathéodory (1909), quien hizo una formulación axiomática de la termostática en la que desgraciadamente no distingue las cuestiones lógicas de las relativas a la comprobación experimental, comprometiendo así su reconstrucción lógica con la filosofía del operacionalismo. En 1924, el mismo autor intentó una axiomatización de la relatividad especial, pero esta, al igual que la de Reichenbach (1924), tenía demasiados defectos; en particular, ninguno de los dos sistemas implicaba las fórmulas de transformación de Lorentz.

Otra axiomatización de la mecánica relativista se debe a Hermes (1938), pero la primera axiomatización lógicamente satisfactoria de una teoría física (la mecánica de partículas clásica) se debe a McKinsey, Sugar y Suppes (1953). Noll (1959) después produjo una magnífica reconstrucción de la mecánica del continuo, introduciendo el nivel de rigor y claridad usual en la matemática pura después del siglo XIX. Adams (1955) hizo una reconstrucción axiomática de la mecánica del sólido rígido mientras que Edelen (1962) axiomatizó una clase entera de teorías clásicas de campo. Bunge mismo (1967) tiene contribuciones a la axiomatización de diferentes teorías físicas. Otras contribuciones, más recientes, se deben a Wightman y su escuela, quienes hacen investigación sobre la teoría cuántica de campos, y a Moulines (1975), quien ha aportado una reconstrucción de la termodinámica del equilibrio simple. De forma más reciente, escuelas como la estructuralista han producido una buena cantidad de aportaciones a este campo. La anterior revista de contribuciones no pretende ser completa. Hay otros ensayos que también merecerían ser mencionados.[18] Sin embargo, ella es suficiente para darnos una idea de los esfuerzos realizados para resolver el sexto problema de Hilbert. Muchas de esas contribuciones son iluminadoras y han permitido entender más a fondo la naturaleza de las teorías físicas y replantear los problemas relativos al conocimiento científico. Empero, estas contribuciones han dirigido la atención hacia problemas diferentes de los que dieron origen

[18] Ver la amplia bibliografía compilada por Abreu, Lorenzano y Moulines (2013).

a la metamatemática, hacia problemas relacionados con el carácter empírico del conocimiento científico.

Hace ya muchos años que Patrick Suppes (1954) afirmara, refiriéndose al "sólido núcleo" de estudios lógico-matemáticos, lo siguiente:

> no puede decirse que el mismo sólido núcleo de estudios exista en la filosofía de la ciencia. En este dominio no hay resultados del tipo de los que existen en lógica. Es imposible pensar en algo análogo a los resultados de Gödel sobre consistencia y completud, a la definición de verdad de Tarski, o a la demostración de Church de que no hay un procedimiento de decisión para el cálculo de predicados restringido (p. 242).

Mucha agua ha corrido bajo los puentes de la filosofía de la ciencia desde entonces. Justo se debe a Suppes la observación de que el concepto metamatemático de *teoría* no es apropiado como guía para la axiomatización de las teorías físicas y, en general, empíricas. Esto dio origen al concepto estructuralista de teoría científica, el cual se empezó a gestar en los trabajos, ya mencionados, de McKinsey, Sugar y Suppes (1953) y Adams (1955). Este concepto fue explicitado, complementado sustancialmente y presentado de forma brillante por Joseph D. Sneed en su *The Logical Structure of Mathematical Physics* (1971). En este libro Sneed propone un concepto de teoría física que, reconociendo ciertas diferencias de las teorías físicas con respecto a las de la "matemática pura", diverge del concepto metamatemático de *teoría*, elaborado para tratar con las segundas.

Esta concepción de las teorías fue bautizada (al parecer por Yehoshua Bar-Hillel) como "concepción estructuralista de las teorías". La concepción estructuralista de las teorías o metateoría estructuralista (ME), como también la llamaré, puede ser considerada como una propuesta sistemática y rigurosa para la solución del sexto problema de Hilbert, en el mismo sentido en que la metamatemática fue una propuesta para resolver el segundo (la consistencia del sistema de los números reales). Sin embargo, quizá las preguntas relevantes e interesantes que la axiomatización de las teorías empíricas debiera de abordar no son exactamente las mismas que se plantea la metamatemática y que inspiraron el planteamiento del sexto problema por Hilbert. Como dicen Moulines y Sneed (1980), ciertas cuestiones metamatemáticas típicas, tales como las relativas a la completud y la decidibilidad de una teoría dada, no parecen ser en especial interesantes en el caso de las teorías físicas. La mayoría de las teorías físicas no triviales parecen ser tanto incompletas como indecidibles.

Si esto es así, vale entonces preguntarse cuál es el objeto de axiomatizar las teorías físicas y, en todo caso, cuáles son las cuestiones pertinentes que se espera poder responder al hacer a las teorías objeto de estudio metateórico.

La primera finalidad que se persigue con la axiomatización de una teoría física, o de cualquier otra teoría científica, en esencia es la misma que perseguían los matemáticos del siglo pasado con la reconstrucción del análisis o, incluso, la misma que perseguía Euclides con su formulación axiomática de la geometría griega: claridad en los conceptos y rigor en las demostraciones. Si –para decirlo con un término de Gastón Bachelard– el objeto de esta búsqueda es un valor racional, la lógica formal, el método axiomático y las metateorías proporcionan la *texné* adecuada para realizar ese valor racional de la mejor manera posible. Me parece que la realización de ese valor racional es lo que subyace y da sentido, en última instancia, tanto a la propuesta de Hilbert como a la propuesta –más general– de reconstruir las teorías de todas las disciplinas.

La reconstrucción lógica de una teoría científica, por otra parte, nos puede permitir responder cuestiones específicas acerca de la misma. En primer lugar, si bien es posible que ciertas cuestiones metamatemáticas típicas, tales como las relativas a la completud y a la decidibilidad, no sean centralmente pertinentes para las teorías no puramente matemáticas, hay otras cuestiones metamatemáticas también bastante típicas, como las relativas a la consistencia y a la independencia de las primitivas, que son pertinentes para cualquier teoría. Otras cuestiones –quizá las más interesantes para las teorías no puramente matemáticas– tienen que ver con el hecho de que tales teorías hacen o contienen afirmaciones cuya verdad o falsedad, para ser comprobada, requiere de algo más que meros cálculos con papel y lápiz (o computadora): requieren también de ciertos procedimientos que involucran, de una u otra manera, a la observación o la experimentación.

Si llamamos "aserciones empíricas" a tales afirmaciones, entonces una de las cuestiones más interesantes que se pueden hacer a propósito de una teoría no puramente matemática es esta: ¿cuáles son las aserciones empíricas de la teoría? La respuesta a esta pregunta implica la respuesta a esta otra: ¿cuáles son los objetos de la teoría? Otras cuestiones, también muy interesantes, son las concernientes a las relaciones intrateóricas e interteóricas. Las primeras son las relaciones que se dan, en el interior de una teoría, entre sus diversos componentes; las segundas son las relaciones que se dan entre teorías diferentes. Una muestra de tales cuestiones es la siguiente: ¿es la mecánica celeste una parte de la mecánica newtoniana? ¿Es equivalente la mecánica newtoniana a la dinámica de Lagrange? ¿Es reducible la mecánica newtoniana a la relativista? En cuanto a lo conceptual, ¿son afines la mecánica cuántica y la relatividad general?

Además de ser una guía para la reconstrucción lógica de teorías particulares, la metateoría estructuralista es un aparato conceptual apropiado para tratar los anteriores problemas. A mi modo de ver, se trata de una propuesta del mismo orden y categoría que la *Beweistheorie* de Hilbert en sus momentos iniciales, aunque con una variante importante: a diferencia del programa metamatemático finitista de Hilbert, el programa estructuralista de reconstrucción de teorías no impone restricciones metodológicas en especial severas a las demostraciones met teóricas, permitiéndose un uso libre y generoso de la teoría de los conjuntos y en general de toda la matemática (incluyendo, desde luego, la lógica clásica), cuya validez no pone en cuestión. Tampoco pone en cuestión la validez que pudieran tener las teorías que toma como objetos de estudio. Su función no es la de un "tribunal de la cientificidad", aunque puede ayudarnos a entender la naturaleza del conocimiento científico.

La filosofía estructuralista de la ciencia

Desde aquellos heroicos días en que Rudolf Carnap y los miembros del *WienerKreiss* se propusieron reducir el conocimiento científico a una base fenomenalista, hasta los finales de la década de 1960, las tesis del positivismo lógico primero, y del empirismo lógico después, estuvieron sometidas a un proceso continuo de desgaste y debilitamiento que terminó por conducirlas a un mortal impasse.[19] A principios de esa década tuvieron lugar también los primeros "motines anarquistas" contra la policía popperiana de la ciencia. Durante este periodo, tanto el empirismo lógico como el popperianismo fueron sometidos a una intensa crítica por parte de historiadores de la ciencia y filósofos. Tal vez la obra que contribuyó más a la revuelta fue la muy conocida *The Structure of Scientific Revolutions*, de Thomas S. Kuhn (1962). De esta obra se derivaba una concepción histórica de la ciencia que cuestionaba

[19] Sobre este punto, *cfr*. Rolleri (1984).

seriamente las concepciones popperiana y empirista. La crisis estalló en julio de 1965, en un Coloquio Internacional de Filosofía de la Ciencia que tuvo lugar en Londres. Kuhn participó en este coloquio con una ponencia intitulada "Logic of Discovery or Psychology of Research?", la que fue objeto de agrias críticas por parte de casi todos los participantes, entre los que se encontraba el mismo Popper (de hecho, el coloquio estuvo articulado en torno a la ponencia de Kuhn). Pero, a pesar de la viva oposición que encontraron tanto las tesis kuhnianas como las de Feyerabend en el coloquio, ellas habrían de resultar sumamente corrosivas para la filosofía prevaleciente de la ciencia en los años posteriores.[20]

Apenas cinco años después del Coloquio de Londres, en 1970, Wolfgang Stegmüller –uno de los filósofos más profundamente compenetrados con la problemática del empirismo lógico– daba término a la primera parte del segundo tomo de su serie de obras sobre filosofía de la ciencia intitulada *Probleme und Resultate der Wissensfchaftstheorie und Analytischen Philosophie.*[21] Stegmuller ofrecía un tratamiento sistemático y detallado de los problemas fundamentales de la filosofía empirista de la ciencia en esa época. Uno de los problemas a los que más espacio dedicó Stegmüller fue el clásico problema relativo al sentido empírico de los términos teóricos. La consideración de este problema –cuya solución era vital para el empirismo lógico– condujo a Stegmüller al enunciado de Ramsey, en el que él veía "la última esperanza" del empirista para precisar un concepto de sentido empírico (1979 [1970]: 471).

Stegmüller no alcanzó a resolver ese problema ni con el enunciado de Ramsey por lo que, después de señalar algunos obstáculos que se oponían a su solución mediante tal enunciado, dio el libro a la imprenta y continuó reflexionando sobre esos obstáculos. En eso estaba cuando se enteró de que un tal Sneed, en Stanford, "había escrito una tesis que contenía modificaciones y mejoras del método de Ramsey". "Solo a causa de mi interés por el método de Ramsey" –relata Stegmüller– "comencé a estudiar el manuscrito de Sneed poco antes de que fuera publicado como [Sneed 1971]" (*cfr*. Stegmüller 1981: 13, n. 1).

[20] Me refiero a las críticas de Feyerabend (1962).

[21] Se trata de una serie en varios volúmenes, el primero de los cuales apareció en 1969. La primera parte del segundo se llama *Theorie und Erfahrung* (ver Stegmüller, 1970; 1973).

Sin embargo, la problemática manifiesta en el manuscrito de Sneed no tenía nada que ver con la abordada por Stegmüller en la primer parte de *Theorie und Erfahrung*; en particular, Sneed había modificado el método de Ramsey para resolver un problema muy especial que surgía en conexión con lo que llamé antes "las aserciones empíricas de las teorías", a saber: el problema de los términos teóricos, el cual no debe ser confundido con el problema del sentido empírico de los términos teóricos. Como quiera que haya sido, es indudable que el manuscrito de Sneed causó en las concepciones epistemológicas de Stegmüller un fuerte impacto, cuyo principal resultado fue una ruptura con el empirismo lógico y la concepción hasta entonces prevaleciente de las teorías científicas.

La segunda parte del segundo tomo de la serie *Probleme und Resultate*, publicada con el título de *Theorienstrukturen und Theoriendynamik* (Stegmüller, 1973) es, en efecto, un texto de ruptura: la problemática y las concepciones que aparecen en él sencillamente sustituyen a la problemática y a las concepciones que habían ocupado la atención de Stegmüller apenas en *Theorie und Erfahrung*; en particular, el problema cuya consideración lo había conducido al enunciado de Ramsey; el problema del sentido empírico de los términos teóricos, queda relegado a apenas unas cuantas indicaciones. En su lugar, nos encontramos una lúcida exposición de la metateoría estructuralista, seguida por la propuesta de una nueva concepción de la ciencia de inspiración kuhniana.

Hasta donde yo sé, Stegmüller nunca volvió a abordar el problema del sentido empírico de los términos teóricos. Más aún, él es justamente considerado como uno de los creadores y máximos exponentes de la "nueva filosofía de la ciencia", de inspiración kuhniana. En esta nueva concepción no parece tener ningún lugar que ocupar el problema del sentido empírico. ¿Se había convencido Stegmüller de que "la última esperanza" del empirismo lógico para resolver su problema fundamental se ha perdido irremisiblemente? Todo parece indicar que es así. En una edad más bien avanzada, Stegmüller tuvo la lucidez de ver que la concepción de la ciencia del empirismo lógico era inadecuada, pero no se conformó con criticarla, sino que fue uno de los arquitectos de la nueva concepción estructuralista. Sin embargo, por alguna extraña razón esta concepción ha sido recibida con incomprensión por la mayoría de los filósofos de la ciencia. El empirismo lógico es un barco hundido que suele aparecer como buque fantasma, entre la bruma de la filosofía, para extraviar a los incautos. Y las críticas de Stegmüller no parecen haber hecho mella alguna a la nave popperiana, pues en la actualidad cuenta aún con bastantes pasajeros.[22]

Algunos podrían alegar que las concepciones de Kuhn están formuladas de manera vaga o que introducen irracionalidad en la empresa científica. Pero la metateoría estructuralista permite clarificar de forma plena las concepciones de Kuhn. La reconstrucción de la concepción kuhniana de las ciencias que ofrece Stegmüller en la segunda parte de *Theorienstrukturen und Theoriendinamik* es loablemente clara, precisa y –lo que es más importante– mucho más convincente para el que se tome la molestia de estudiarla con cuidado y sin demasiados prejuicios. Esta reconstrucción, nos dice Stegmüller (1973), "no hubiera sido posible sin el trabajo, que hará época, de Sneed, quien creó por primera vez el aparato conceptual necesario para tal reconstrucción" (*cfr*. Stegmüller, 1973: x).

La metateoría estructuralista le sirvió a Stegmüller para responder a las objeciones que obstaculizaban la aceptación de la concepción kuhniana por parte de los filósofos de la ciencia, aunque muchos de estos no parecen haberse dado por enterados, o simplemente no han entendido las explicaciones del filósofo muniqués. Estas objeciones datan por lo menos del coloquio de Londres de 1965 y conciernen, en lo fundamental, a una supuesta "irracionalidad" que la concepción le estaría atribuyendo al "científico normal", así como a la dificultad de dar cuenta del "progreso científico", habida cuenta de las discontinuidades introducidas por las revoluciones.

Sneed mismo sugirió, en *The Logical Structure of Mathematical Physics*, la posibilidad de utilizar su metateoría para reconstruir algunos aspectos de la concepción kuhniana. Sin embargo, es pertinente subrayar que Sneed elaboró su metateoría sin conocer la concepción de Kuhn. No fue sino hasta después de que había obtenido sus resultados principales que alguien le hizo observar que Kuhn decía algunas cosas "parecidas" a las que él decía,[23] llamando de este modo su atención a la obra de Kuhn. Estas cosas tenían que ver con el problema de la "dinámica" de las teorías, es decir, con el problema de dar cuenta, en la reconstrucción lógica de las mismas, del hecho de que tienen una historia y están sujetas, por lo tanto, al cambio. En el capítulo VIII de su

[22] Es notable que hasta la fecha (2020), la filosofía obvia para los metodólogos de la economía sea como si no hubiera transcurrido el tiempo desde 1965.

[23] De un comentario verbal hecho por Sneed durante una conferencia que pronunció en la Escuela de Filosofía de la Universidad de Michoacán en 1980.

libro examinó este problema y encontró que ciertas ideas de Kuhn podían ser adecuadas para resolverlo lo cual no quiere decir, desde luego, que Sneed se haya propuesto inventar un "formalismo" adecuado para interpretar las concepciones kuhnianas o que la metateoría estructuralista sea la versión "formalizada" de la concepción kuhniana.

Sneed concebía la teoría de la ciencia como una "ciencia de la ciencia", a la que caracterizaba con las siguientes palabras:

> La "ciencia de la ciencia" que tengo en mente es una ciencia social. Sus objetos primarios son, a muy grandes rasgos, grupos de personas –"comunidades científicas"– comprometidas con una actividad cooperativa que produce, entre otras cosas, teorías científicas. Las comunidades científicas tienen propiedades –presumiblemente relacionadas con el tipo de productos que producen– que las diferencian en modos interesantes de otros tipos de grupos sociales. Interactúan en modos específicos con el resto de la sociedad (Sneed 1976: 116).

En el transcurso del tiempo, como resultado de factores tanto internos como externos, llegan a ser, se fragmentan, se unen y desaparecen. De la misma manera, sus productos –las "teorías científicas"– cambian y se desarrollan en el tiempo en modos íntimamente conectados con el desarrollo de las comunidades que las producen. Este es, a grandes rasgos, el objeto de estudio para una teoría de la ciencia (Sneed 1976: 116).

La teoría sneediana de la ciencia se ha aplicado sobre todo a las teorías físicas, pero cabe mencionar que también ha logrado resultados en economía. En este respecto el lector puede consultar mi reciente libro *A Structuralist Theory of Economics* (García de la Sienra, 2019). En su propio libro Alfonso Ávila del Palacio (2000) aborda el problema de reconstruir racionalmente la teoría keynesiana.[24]

[24] Ver mi reseña de este libro (García de la Sienra, 2002).

Bibliografía

Abreu, C., Lorenzano, P. y Moulines, C. U. (Comps.) (2013). Bibliography of Structuralism III (1995-2012, and Additions). *Metatheoria. Journal of Philosophy and History of Science*, *3*(2): 1-36.

Adams, E. W. (1955). *Axiomatic Foundations of Classical Rigid Body Mechanics* (disertación doctoral), Departamento de Filosofía, Universidad de Stanford.

Ávila del Palacio, A. (2000). *Estructura matemática de la teoría keynesiana*. México: Instituto de Cultura del Estado de Durango/Fondo de Cultura Económica.

Bernays, P. (1958). *Axiomatic Set Theory*. Amsterdam: North-Holland.

Blanché, R. (1973). *La epistemología*. Barcelona: Oikos Tau.

Bolzano, B. (1837). *Wissenschaftslehre*. Sulzbach: I. C. v. Seidelschen Buchhandlung.

_____ (1851). *Paradoxien des Unendlichen*. Leipzig: C. H. Reclaim Sen.

Boole, G. (1847). *The Mathematical Analysis of Logic, Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning*. Cambridge: Barclay & Macmillan.

_____ (1854). *An Investigation of the Laws of Thought Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Londres: Macmillan.

Boolos, G. S., Burgess, J. P. y Jeffrey, R. (2002). *Computability and Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.

Bourbaki, N. (1968). *Theory of Sets*. Redding, Mass.: Addison-Wesley.

Bunge, M. (1967). *Foundations of Physics*. Berlín/Heidelberg/Nueva York: Springer-Verlag.

_____ (1978). *Filosofía de la física*. Barcelona: Ariel.

Carathéodory, C. (1909). Untersuchungen über die Grundlagen der Thermodynamik. *Mathematische Annalen*, *67*(3): 355-386.

Cauchy, Augustin-Louis (1821). *Analyse Algebrique. Cours d'Analyse de l'Ecole royale polytechnique*. Parte I. París: L'Imprimerie Royale, Debure freres, Libraires du Roi et de la Bibliotheque du Roi.

Church, A. (1936). An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory. *American Journal of Mathematics*, *58*(2): 345-363.

De Morgan, A. (1847). *Formal Logic: or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable*. Londres: Taylor and Walton.

Dedekind, R. (1872). *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Brunswick: Friedrich Vieweg.

_____ (1888). *Was sind und was sollen die Zahlen?* Brunswick: Friedrich Vieweg.

Edelen, D. G. B. (1962). *The Structure of Field Space*. Berkeley/Los Angeles: University of California Press.

Feigl, H. y Maxwell, G. (Comps.) (1962). *Scientific Explanation, Space, and Time (Minnesota Studies in the Philosophy of Science)*. Vol. 3. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Feyerabend, P. K. (1962). Explanation, Reduction and Empiricism. En H. Feigl y G. Maxwell, *Scientific Explanation, Space, and Time*. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Fraenkel, A. A. (1922). Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre. *Mathematische Zeitschrift*, *86*(3-4): 230-237.

Frege, G. (1879). *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle: Verlag von Louis Nebert. [Traducción al español: (1972). *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México].

_____ (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchungüber den Begriff der Zahl*. Breslau: Verlag von Wilhelm Koebner.

_____ (1893). *Grundgesetze der Arithmetik*. Tomo I. Jena: Verlag Hermann Pohle.

_____ (1903). *Grundgesetze der Arithmetik*. Tomo II. Jena: Verlag Hermann Pohle.

Freund, M. (2008). Irresolubilidad de la paradoja de Orayen. En García de la Sienra (Comp.), *Reflexiones sobre la paradoja de Orayen*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México.

García de la Sienra, A. (2002). Reseña de Alfonso Ávila del Palacio (2000). *Diánoia*, *47*(48): 175-181.

_____ (Comp.) (2008). *Reflexiones sobre la paradoja de Orayen*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad Nacional Autónoma de México.

_____ (2019). *A Structuralist Theory of Economics*. Oxford/Nueva York: Routledge.

Gödel, K. (1930). Die Vollst andigkeit der Axiome des logischen Funktionen-kalk uls. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, *37*: 349-360.

_____ (1931). Über Vollsta¨ndigkeit und Widerspruchsfreiheit. En *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums*. Vol. 3. Leipzig/Berlin: Teubner.

_____ (1940). *The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum Hypothesis with the Axioms of Set Theory*. Princeton: Princeton University Press.

Henkin, L. (1949). The Completeness of the First-Order Functional Calculus. *Journal of Symbolic Logic*, *14*(3): 159-166.

Henkin, L., Suppes, P. y Tarski, A. (Comps.) (1959). *The Axiomatic Method with Special Reference to Geometry and Physics*. Amsterdam: North-Holland.

Hermes, H. (1938). *Eine axiomatisierung der Allgemeinen Mechanik*. Leipzig: S. Hirzel.

Hilbert, D. (1899). *Die Grundlagen der Geometrie*. Leipzig: Verlag von B. G. Teubner. [Traducción al español: (1992). *Los fundamentos de la geometría en Euclides, Elementos de geometría*. Vol. 1. México: Universidad Nacional Autónoma de México].

_____ (1900). Über den Zahlenbegriff, *Berichte der deutschenMathematiker-Vereinigung*, *8*: 180-184.

_____ (1905). Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik. En A. Krazer (Comp.), *Verhandlungen des dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*. Leipzig: Teubner. [Traducción al inglés en J. Van Heijenoort (1967). *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press].

_____ (1912). Begründung der elementaren Strahlungstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, *13*: 1056-1064.

_____ (1913). Bemerkungen zur Begründungen der elementaren Strahlungstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, *14*: 592-595.

_____ (1914). Begründung der elementaren strahlungstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, *15*: 878-889.

Hilbert D. y Ackerman, W. (1928). *Grundzüge der theoretischen Logik*. Berlín: Springer Verlag.

Hintikka, J. (1988). On the Development of the Model-Theoretic Viewpoint in Logical Theory. *Synthese*, *77*: 1-36.

Kleene, S. C. (1974). *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam y Groningen: North-Holland y P. Noordhoff.

Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza.

Kuhn, T. S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: The University of Chicago Press. [Traducción al español: (2006). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Fondo de Cultura Económica].

Lakatos, I. y Musgrave, A. (Comps.) (1970). *Criticism and the Growth of Knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press.

Mckinsey, J. C. C., Sugar, A. C. y Suppes, P. (1953). Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics. *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, *2*(2): 253-72. [Traducción al español: (1978). *Fundamentos axiomáticos para la mecánica de partículas clásica*. Morelia: Editorial Universitaria].

Moulines, C. U. (1975). A Logical Reconstruction of Simple Equilibrium Thermodynamics. *Erkenntnis*, *9*(1): 101-130.

Moulines, C. U. y Sneed, J. D. (1980). *La filosofía de la física de Suppes*. Morelia: Editorial Universitaria.

Müller, G. H. (Comp.) (1976). *Sets and Classes. On the Work by Paul Bernays*. Amsterdam: North-Holland.

Noll, W. (1959). The Foundations of Classical Mechanics in the Light of Recent Advances in Continuum Mechanics. En L. Henkin, P. Suppes y A. Tarski (Comps.), *The Axiomatic Method with Special Reference to Geometry and Physics*. Amsterdam: North-Holland.

Reichenbach, H. (1924). *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit Lehre*. Brunswick: Friedrich Vieweg.

Robinson, A. (1966). *Non-Standard Analysis*. Amsterdam: North-Holland.

Rolleri, J. L. (1984). La semántica del empirismo lógico. *Diánoia*, *30*(30): 221-236.

Skolem, T. (1922). Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre. [Traducción al inglés: Investigation in the Foundations of Set Theory I. En J. Van Heijenoort (1967), *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press].

Sneed, J. D. (1976). "Philosophical Problems in the Empirical Science of Science", *Erkenntnis*, vol. 10, no. 2, pp. 115-146.

Stegmüller, W. (1970). *Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und analytischen Philosophie*. Volumen 2: Theorie und Erfahrung, Parte 1: Theorie un Erfahrung. Heidelberg: Springer-Verlag. [Traducción al español: (1979). *Teoría y experiencia*. Barcelona: Ariel].

_____ (1973). *Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und analytischen Philosophie*. Volumen 2: Theorie und Erfahrung, Parte 2:

Theoriendynamik und Theorienstruckturen. Heidelberg: Springer-Verlag. [Traducción al español: (1983). *Estructura y dinámica de teorías*. Barcelona: Ariel].

_____ (1981). *La concepción estructuralista de las teorías*. Madrid: Alianza.

Suppes, P. (1954). Some Remarks on Problems and Methods in the Philosophy of Science. *Philosophy of Science*, (21): 242-248. [Traducción al español: (1988). Algunas consideraciones sobre los problemas y métodos de la filosofía de la ciencia. En Suppes, *Estudios de filosofía y metodología de la ciencia*. Madrid: Alianza.

_____ (1988). *Estudios de filosofía y metodología de la ciencia*. Madrid: Alianza.

Sneed, J. D. (1971). *The Logical Structure of Mathematical Physics*. Dordrecht: D. Reidel.

_____ (1976). Philosophical Problems in the Empirical Science of Science. *Erkenntnis*, *10*(2): 115-146.

Tarski, A. (1939). On Undecidable Statements in Enlarged Systems of Logic and the Concept of Truth. *Journal of Symbolic Logic*, *4*(3): 105-112.

_____ (1954a). Contributions to the Theory of Models I. *Indagationes Mathematicae*, *16*: 572-581.

_____ (1954b). Contributions to the Theory of Models II. *Indagationes Mathematicae*, *16*: 582-588.

_____ (1955). Contributions to the Theory of Models III. *Indagationes Mathematicae*, *17*: 56-64.

_____ (1956a). *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford: Oxford at The Clarendon Press.

_____ (1956b). On Some Fundamental Concepts of Metamathematics. En Tarski (1956a), *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford: Oxford at The Clarendon Press.

Van Heijenoort, J., (1967). *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Von Neumann, J. (1925). Eine Axiomatisierung der Mengenlehre. *Journal für die reine und angewandte Mathemati*, *154*: 219-240.

Weyl, H. (1946). Mathematics and Logic. A Brief Survey Serving as a Preface to a Review of The Philosophy of Bertrand Russell. *The American Mathematical Monthly*, *53*: 2-13.

Whitehead, A. N. y Russell, B. (1910, 1912, 1913). *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press.

Comentario a Adolfo García de Sienra

Alfonso Ávila

El capítulo de Adolfo García de la Sienra es una muestra de tres de sus cualidades: *a*) su amplia erudición en materia de matemáticas; *b*) su cuidada precisión en la clarificación de los conceptos que va trabajando, lo cual me recuerda a Frege, y *c*) su generosidad para darle crédito a sus colegas, lo cual me recuerda a Bertrand Russell, quien nunca dejó que su propia valía le impidiera reconocer las aportaciones de otros.

En este capítulo, Adolfo nos regresa al origen de la metamatemática para entender los trabajos estructuralistas de nuestro profesor común, Ulises Moulines, de él mismo en el campo de la economía con aportaciones muy importantes e, incluso, mi propio modesto trabajo en ese campo mencionado al final del capítulo.

Inicia con una carta de Abel en 1826 quejándose de las imprecisiones del análisis –aunque 10 años atrás George Berkeley ya había criticado en *El Analista* (1732) el cálculo tanto de Newton como de Leibniz por sus imprecisiones–. De cualquier forma, las críticas de Abel y, tal vez, también las de Berkeley, provocaron una serie de trabajos importantísimos mediante los cuales se pensaba dar claridad a ciertos conceptos y procedimientos fundamentales. Así empezó la aritmetización del análisis basándose en la idea de que la aritmética de los números naturales era la base de los otros números y del desarrollo posterior hasta llegar al análisis. De la aritmetización, como bien lo aclara García de la Sienra, vino la conjuntización de la aritmética con los trabajos de Frege; en los que este pretendía reducir la aritmética a la lógica, que él la entendía unida a lo que hoy conocemos como teoría de conjuntos. A partir de su definición conjuntista (en términos de extensiones de conceptos) del número natural pretendió construir toda la aritmética en las *Leyes de la Aritmética.* De ahí, y de otras partes del proyecto de aritmetización y axiomatización rigurosa a la Hilbert, empezaron a surgir problemas serios e imposibilidades de un éxito completo.

La idea de fundar toda la matemática en la aritmética ya había tenido un primer fracaso con la aparición de los números irracionales en tiempos pitagóricos. En esa ocasión la solución fue cambiar la estrategia y tomar la geometría como un fundamento más sólido y libre de confusiones (ver Popper, 1957). Eso explicaría la leyenda de la Academia de Platón: "El que no sepa geometría, no entre"; así como también explicaría por qué la aritmética aparece geometrizada en términos de magnitudes en medio de la geometría de Euclides.

Casi siempre se ha pensado la aritmética como la reina y el fundamento de toda la matemática, tal vez, por haber sido la primera disciplina matemática 3 000 años antes de nuestra era (ver Schmandt-Besserat, 1992). Pero la aritmética es problemática en sus elementos más simples. Por ejemplo, cuando sumamos 1 + 1 o 2 + 2, ¿qué estamos haciendo? El 1 y el 2 son únicos, como bien lo enfatizó Frege: no hay muchos 1 o muchos 2. Pero, entonces, ¿qué significa sumar algo consigo mismo? Byers (2007: 34) dice que en "2 + 3 = 5" estamos identificando un proceso con un objeto. Él mismo defiende la idea de que esta disciplina convive con la ambigüedad como parte de su naturaleza creativa. "La lógica es solo una dimensión de una pintura más amplia" (2007: 10).

Pero como dice Byers (2007: 194), "La lógica ayuda a formular y organizar ideas". Eso es, creo, lo que hacen los trabajos de la metamatemática que describe Adolfo, y los que hace la concepción estructuralista. Así pues, al parecer, no podemos hacer desaparecer por completo la ambigüedad, pero sí domesticarla un poco mediante la lógica.

Bibliografía

Byers, W. (2007). *How Mathematician Think: using Ambiguity, Contradiction, and Paradox to create Mathematics.* Princeton: Pricenton University Press.

Popper, K. (1957). Platón y la Geometría. En *El mundo de Parménides.* Madrid: Tecnos.

Schmandt-Besserat, D. (1992). *Before Writing: from counting to cuneiform*. USA: University of Texas Press.

¿Cuál es el valor de la ciencia?

*C. Ulises Moulines**

Hoy día está muy divulgada la opinión, incluso entre personas con un buen nivel cultural, de que la ciencia y la tecnología están estrechamente vinculadas, y de que el valor de la primera depende de las implicaciones que pueda tener para la segunda. En mi opinión, se trata de un grave error, que desconoce la naturaleza genuina de la ciencia, tanto desde un punto de vista histórico, como epistemológico; un error que puede conducir a un craso empobrecimiento del espíritu científico y de la cultura humana en general. En este breve ensayo me propongo analizar las fuentes del error en cuestión y contraponerle una perspectiva adecuada para comprender lo que es, y debe ser, el genuino espíritu científico.

Introducción

En nuestra época está muy divulgada la opinión de que el espíritu científico es un componente importante de la cultura humana que merece ser valorado de forma positiva. Pero, al mismo tiempo, esta valoración positiva suele ser subsidiaria con respecto a la valoración de la tecnología, es decir, se valora de manera positiva la investigación científica siempre y cuando, y en la medida en que, ella tenga implicaciones positivas para el desarrollo de la tecnología.

* Catedrático emérito del *Munich Center for Mathematical Philosophy* (Universidad de Múnich). Miembro de la Academia de las Ciencias de Baviera.

Es lo que podemos denominar “la valoración tecnologista” de la ciencia. Considero que esta valoración, tan extendida hoy, proviene de un grave error de apreciación al desconocer la naturaleza genuina de la ciencia, tanto desde un punto de vista histórico, como epistemológico; un error que puede conducir, y de hecho está conduciendo desde hace algunas décadas, a un empobrecimiento del espíritu científico y de la cultura humana en general.

Precisiones terminológicas

Antes de pasar a desarrollar mi argumentación, conviene establecer algunas precisiones terminológicas y conceptuales para aclarar el panorama. Para empezar, entiendo por *ciencia* el conjunto de las disciplinas científicas representadas en las universidades y otras instituciones de investigación avanzada de todo el mundo y que suelen dividirse en “ciencias formales” (lógica y matemáticas), “ciencias naturales” (ciencias físico-químicas, ciencias de la Tierra, ciencias de la vida, psicología individual), “ciencias sociales” (psicología social, economía, sociología, etnología, lingüística, filología, historiografía), y “ciencias interdisciplinarias” (en especial, la informática, ciertas partes de la filosofía y las ciencias cognitivas). Desde un punto de vista histórico, algunas de estas ciencias se consolidaron ya en la época helenística (a partir del siglo IV a.C.), sobre todo en lo que concierne a la matemática, la astronomía y algunas porciones elementales de la física y la fisiología. Sin embargo, el gran boom del espíritu científico no se dio sino hasta el siglo XVII, primero en la Europa Occidental, para luego desarrollarse y expandirse por todo el planeta hasta mediados del siglo XX, cuando empezó un periodo de aletargamiento, sobre el que volveré más abajo.

El otro término que conviene aclarar de entrada es el de *tecnología*. Es frecuente equiparar los términos *técnica* y *tecnología*, pero conviene distinguirlos netamente. “Técnica” viene del griego “*tekhné*”, el arte (aprendido y transmitido de generación en generación) de saber hacer cosas o de manipularlas; para los griegos, la *tekhné* no tenía nada que ver, ni de forma positiva ni negativa, con la “*episteme*”, que corresponde de manera aproximada a nuestro término *ciencia*. En este sentido, técnica la ha habido desde que el *homo sapiens* apareció sobre la Tierra; en realidad, ya desde antes, desde la época muy anterior del *homo habilis* (que por algo se le denomina así). Ahora bien, desde el neolítico hubo una explosión de innovaciones técnicas sumamente importantes para la humanidad: desde la rueda hasta la imprenta, pasando por los sistemas de irrigación, la construcción de grandes edificios, los veleros, los relojes de arena y de agua, la azada, la pólvora, la imprenta, y tantas otras más. Nada de todo eso tuvo que ver con la ciencia. Ni siquiera en el caso de la máquina de vapor, el más revolucionario de los inventos de la modernidad, que a veces se aduce como ejemplo de los beneficios de la ciencia para los inventos técnicos. Esto porque, la rama de la ciencia que da cuenta del funcionamiento de la máquina de vapor es la termodinámica. Ahora bien, Watt inventó el modelo definitivo de dicha máquina alrededor de 1775, o sea, tres cuartos de siglo antes de la consolidación de la termodinámica como ciencia…

Así, pues, los grandes desarrollos técnicos que tuvieron lugar durante varios milenios antes de los primeros conatos de ciencia genuina en la época helenística, e incluso un par de milenios *después* de dicha época, no tuvieron nada que ver con el espíritu científico. Es cierto que a veces se aduce el ejemplo de Arquímedes, en el siglo III a.C., como el de alguien que fue a la vez un genio científico (el más grande de la Antigüedad) y un asombroso inventor de máquinas; pero este es un ejemplo único en la Antigüedad, y además consta que el propio Arquímedes despreciaba sus logros técnicos y quería que lo recordaran exclusivamente por sus aportaciones a la *episteme* (concretamente a las matemáticas y a la física).[1]

La revolución científica y el advenimiento de la tecnología

Constatamos, pues, que la técnica, en un sentido genuino, no tiene nada que ver, ni de forma histórica, ni conceptual, con el espíritu científico. En cambio, quien tiene que ver mucho con la ciencia es la *tecnología*. Por ello conviene distinguir netamente entre técnica y tecnología: la tecnología es ciencia aplicada o, si se quiere, es una forma muy especial de técnica que presupone ciertos conocimientos científicos. ¿Cuándo y cómo surge la tecnología? Es frecuente suponer que ello tuvo lugar en Europa occidental con el renacimiento del genuino espíritu científico. Este renacimiento ocurrió después del profundo letargo de más de mil años causado a la civilización del Imperio Romano por los golpes combinados de cristianos y germanos; a ese

[1] *Cfr*. Plutarco (1962).

renacimiento, que tuvo lugar en el siglo XVII, se le suele llamar "la revolución científica". Se supone que dicha revolución fue de la mano de los adelantos tecnológicos (en el sentido que acabo de definir), y para afianzar esa interpretación histórica se suele aducir el ejemplo de Francis Bacon, quien con su *Novum Organum* de 1620 y su famoso lema "*scientia est potentia*", habría sido el promotor de la alianza entre el nuevo espíritu científico y el tecnológico. Ahora bien, Bacon no era un científico, ni menos un técnico. Era un político y un literato (lo que hoy día llamaríamos "un intelectual"), que sentía una gran aversión por la filosofía y la ciencia griegas, y que quería hacerse pasar por el heraldo de una nueva era. Tuvo sin duda el mérito de haber popularizado la importancia del método experimental en la ciencia (aunque él mismo solo realizó algún experimento de escasa significación); pero en cambio no entendió en absoluto el papel decisivo que tiene la matemática en las ciencias empíricas, ni se percató del significado revolucionario de los descubrimientos de sus contemporáneos en verdad científicos como Kepler y Galileo.[2] Más que el promotor del nuevo espíritu científico, Bacon fue el remoto precursor de lo que he denominado al principio "la valoración tecnologista" de la ciencia, como lo prueba fuera de toda duda su afirmación apodíctica: "la meta verdadera y legítima de las ciencias no es otra que la de dotar a la vida humana de nuevos inventos y recursos" (Bacon, 1949: 122).

Si Bacon no fue, pues, el campeón de la revolución científica, y ni siquiera un auxiliar valioso, ¿quién o quiénes fueron sus campeones? Pues fueron aquellos hombres que Arthur Koestler (1981) denominó en su momento "los sonámbulos", porque, sin percatarse de ello, caminaron con firmeza por el sendero correcto para alcanzar la meta correcta. Los "sonámbulos" que Koestler menciona de forma explícita son: Kepler, Galileo, Descartes y Newton. A ellos podríamos añadir otros campeones del nuevo espíritu científico en el siglo XVII, no tan famosos como los mencionados, pero muy significativos también: Harvey (para la fisiología humana), Boyle (para la química) y Huygens (para la óptica y la mecánica). ¿Fue alguno de ellos, además de científico, un tecnólogo? Solo a uno de ellos, a Huygens, se le puede calificar *cum grano salis* como tal, pues inventó el reloj de péndulo, pero lo que a él mismo más le interesaba no era la medición del tiempo, sino el desarrollo de la teoría ondulatoria de la luz, así como la solución de cier-

[2] Para una exposición breve, pero pertinente, del verdadero carácter de la obra de Bacon, ver Störig (2016).

tos problemas mecánicos, todo lo cual no le indujo a inventar ninguna máquina. De todos los demás "sonámbulos" de la revolución científica del siglo XVII, no hay ni uno cuyo nombre esté asociado a un invento técnico. Ni siquiera Galileo, a quien algunos textos de divulgación científica aún hoy atribuyen la invención del telescopio: Galileo *no* inventó el telescopio, lo que hizo fue *utilizar* el telescopio que alguien (no se sabe a ciencia cierta quien, quizás un artesano flamenco) había inventado pocos años antes. Además, Galileo utilizó ese invento no para "mejorar la condición humana", como habría querido Bacon, sino para enfocarlo a la Luna y a las estrellas, y descubrir así que la superficie de la Luna era comparable a la de la Tierra y que había un número de estrellas muy superior a lo que hasta entonces se había supuesto –es decir, Galileo hizo una contribución esencial al aumento del conocimiento humano, no a la mejora de su bienestar material…

Entonces, si no fue en el siglo de la revolución científica que se aparearon ciencia y técnica, ¿fue acaso en el siglo siguiente, el XVIII? La respuesta es también negativa. Ya hemos visto que el mayor invento del siglo XVIII, la máquina de vapor, no tuvo nada que ver con ninguna teoría científica ni coetánea ni anterior. Y de los grandes científicos del siglo XVIII, los Bernoulli, Euler, Lavoisier, Coulomb, Buffon, etc., no puede decirse que hicieran una contribución significativa a la técnica de su tiempo. Solo Benjamin Franklin (quien no era un gran científico) contribuyó a la tecnología inventando el pararrayos, pero aparte de que se trató de un invento casual, la propia *teoría* de la electricidad de Franklin, la llamada "teoría de los dos fluidos", resultó pronto por completo falsa.

Lo mismo vale, *mutatis mutandis*, para la primera mitad del siglo XIX. ¿Qué le debe el ferrocarril a las teorías científicas contemporáneas o anteriores? Nada. ¿Y el buque de vapor? Nada. ¿Y la curación de la viruela? Nada. ¿Y qué máquina inventaron o qué enfermedad curaron los grandes científicos de esa época –los Cauchy, Laplace, Dalton, Carnot, Clausius, Helmholtz, Darwin–? Ninguna. Solo del gran matemático Gauss puede decirse que hizo una tímida aportación técnica, basada en sus conocimientos de la teoría de la electricidad: una forma primitiva de telégrafo, pero que en la práctica resultó ser inservible. En realidad, el telégrafo tal como lo conocemos hoy día se lo debemos a Morse, quien no era un científico, sino un artista.

Es solo a partir de la segunda mitad del siglo XIX que empiezan los conatos de un uso sistemático de las teorías científicas para desarrollos técnicos. Por esas posibilidades empiezan a interesarse entonces algunos empresarios, quienes ven en la ciencia (al menos en ciertas partes de la física, la química y la fisiología) una posible fuente (indirecta) de beneficios contantes y sonantes. Es así como empieza a forjarse la alianza de científicos, ingenieros, médicos, empresarios e incluso algunos políticos clarividentes –y el resultado de esa confluencia heterogénea es lo que genuinamente podemos denominar “tecnología”–. Es así como el siglo XX, como heredero de la segunda mitad del siglo XIX, resultará ser el primer gran siglo de la tecnología. (Sería ridículo dar aquí una lista de inventos técnicos basados en alguna u otra teoría científica durante el siglo XX).

Independencia de la ciencia con respecto a la tecnología

Ahora bien, incluso concentrándonos en el desarrollo de la ciencia desde mediados del siglo XIX hasta la actualidad, podemos constatar la existencia de una serie de disciplinas, indudablemente científicas, que llegaron a resultados extraordinarios, pero que tienen poco o nada que ver con inventos técnicos coetáneos o posteriores. Un caso notorio es el de las ciencias formales –lógica y matemática–, que desde mediados del siglo XIX tuvieron un auge muy superior a cualquier desarrollo anterior desde los griegos, pero por completo ajeno a cualquier aplicación tecnológica. Para dar un solo ejemplo baste una de las aportaciones más profundas a la lógica y las matemáticas del siglo XX: los teoremas de completud e incompletud de Gödel de 1930, los cuales hasta ahora, noventa años después, siguen mostrando ser irrelevantes para cualquier aplicación tecnológica. Lo mismo vale para otra disciplina situada en el extremo opuesto del abanico de las ciencias, muy alejada de la matemática, pero también independiente de la ciencia aplicada: la filología. En efecto, para la demostración de que todas las lenguas que hoy denominamos “indoeuropeas” o “indogermánicas” poseen un origen común en un lenguaje primigenio, el “proto-indoeuropeo” (una lengua ya perdida, pero real), los filólogos de los siglos XIX y XX que obtuvieron este resultado después de largos y admirables esfuerzos de varias generaciones, no promovieron con ello ninguna aplicación técnica de su descubrimiento, y es difícil imaginar a qué nueva tecnología podría conducir la identificación del proto-indoeuropeo.

En el caso de aquellas disciplinas científicas de las cuales por lo general se afirma, o se presupone, que están muy vinculadas con la tecnología –

como se suele suponer para las ciencias naturales–, nos encontraremos con tantas excepciones que ni en broma podremos decir que confirman la regla. Una de las teorías de la biología mejor confirmadas, y que ha marcado profundamente la autoimagen de la humanidad, es la teoría de la evolución de Darwin; pues bien, ¿cuál es la máquina que se ha construido o cuál es el medicamento que se ha encontrado gracias a esta teoría? La pregunta es ridícula por fuera de lugar. Incluso en la física, una disciplina en la cual mucha gente piensa cuando se habla de los beneficios que la ciencia aporta a la técnica, nos enfrentamos a más de un buen ejemplo de irrelevancia o de muy escasa relevancia de la ciencia para los desarrollos tecnológicos. Las dos teorías físicas más fundamentales y mejor confirmadas de la historia de la humanidad son la teoría de la relatividad generalizada de Einstein y lo que suele denominarse "el modelo estándar de la física de partículas",[3] desarrollado en los años 1960 sobre todo por Glashow, Gell-Mann y Salam. Pues bien, Einstein formuló su teoría en 1915, y muy pronto sería celebrada por la comunidad científica como un enorme adelanto científico; pero tan solo 80 años después tendría cierta relevancia tecnológica –aunque muy secundaria, por cierto–, al contribuir a diseñar los sistemas GPS de localización vía satélite. (De hecho, los sistemas GPS también pueden desarrollarse sin tener en cuenta la ecuación fundamental de la relatividad generalizada). Y por lo que respecta al modelo estándar de la física de partículas, 60 años después de su concepción, todavía esperamos que alguien nos diga cuál es su implicación tecnológica.

En otros casos, podemos señalar inventos que tienen cierta relación con aportaciones científicas precedentes, pero ellos suelen serlo solo de un modo mucho más tenue de lo que suele suponerse, y además muchas veces no con la teoría considerada como la más válida e importante en el dominio en cuestión. Por ejemplo, es cierto que a Edison no se le habría podido ocurrir, a finales del siglo XIX, fabricar una lámpara eléctrica incandescente si no hubiera tenido en cuenta la ley de Ohm establecida a principios del mismo siglo. Sin embargo, la teoría fundamental en este campo, la electrodinámica

[3] El término *modelo* es aquí más bien inapropiado porque sugiere que se trata de una construcción teórica provisional, algo que será pronto superado por una auténtica teoría bien confirmada (y así lo imaginaron al principio sus propios inventores). En realidad, el *modelo* estándar es hoy una teoría física perfectamente consolidada y muy fructífera; ahora bien, como por tradición a esa teoría se la sigue denominando *modelo*, conservaré aquí dicha denominación, aunque sea inadecuada.

de Maxwell, publicada unos cuantos años *antes* del invento de Edison, no le sirvió para nada a este inventor. En otros casos, la teoría científica que sirvió de inspiración para un invento técnico después resulta ser por completo falsa. Este es el caso, al que ya he aludido, de Franklin en el siglo XVIII, quien para inventar el pararrayos se inspiró en la teoría de los dos fluidos eléctricos –una teoría que sería completamente abandonada después.

Resumamos lo que nos manifiestan los ejemplos expuestos, y tantos otros que podríamos aducir, sobre la supuesta vinculación del progreso científico con el tecnológico. En numerosas disciplinas reconocidamente científicas no existe casi ninguna vinculación entre los dos ámbitos; en otras se dan ejemplos de una fuerte vinculación, pero también otros de falta de vinculación, o de vinculación poco significativa, o incluso de vinculación entre un invento técnico y una teoría falsa. De todo ello se desprende que la función esencial de la ciencia, al menos como la forma cultural que la humanidad conoce desde el periodo helenístico –o lo más tarde desde el siglo XVII–, no estriba en ser ciencia aplicada a los desarrollos técnicos. La ciencia a veces se presta muy bien a ser aplicada de forma tecnológica, otras veces solo un poco, y otras no se presta a ello en absoluto. Pero en todo caso, aplicable o no, en mayor o menor medida, a la corta o a la larga, lo que constituye la misión principal de la ciencia –y por tanto su auténtico valor–, no es contribuir a un desarrollo tecnológico. Esto es, en el mejor de los casos, es un efecto secundario de la ciencia (bienvenido para unos, mal visto por otros), pero que en todo caso no debería afectar nuestra valoración de las teorías científicas que están en la base de dicho desarrollo. La electrodinámica de Maxwell no es más valiosa que la teoría de la relatividad generalizada porque la primera haya impulsado el invento de cosas como la radio y la televisión, y la segunda no.

El valor de la ciencia

Así, pues, si no es la tecnología lo que puede dar sentido y valor al conocimiento científico, ¿de dónde proviene su valor esencial, si es que tiene alguno? En la tradición platónico-aristotélica se caracteriza la *episteme*, el antecesor histórico de nuestra *scientia*, como el conocimiento razonado y bien justificado de la esencia del ser. Es cierto que hoy emplearíamos un lenguaje menos metafísico, aunque inspirado en la tradición griega, y solo diríamos que la *episteme* o *scientia* es lo que nos proporciona un conocimiento razonado y bien justificado de lo que realmente existe o es el caso. Pero prescindiendo de matices histórico-filológicos, la finalidad de nuestra ciencia en esencia es la misma que la de la episteme de los griegos; solo los métodos han cambiado. Y ni siquiera se han transformado de manera drástica: al menos desde la época helenística, los griegos ya sabían que la lógica, la matemática y la observación sistemática son buenas herramientas para alcanzar conocimientos sólidos. Solo les faltaba la idea de la experimentación controlada (con alguna notable excepción, como Arquímedes). Pero la experimentación tampoco es tan esencial para tener una comprensión cabal del espíritu científico, porque hoy sigue habiendo un montón de disciplinas consideradas científicas, en las que la experimentación no ejerce ningún papel –desde las matemáticas hasta la lingüística, pasando por la etología y la etnología–. De hecho, nuestro concepto de la ciencia como la mejor vía para alcanzar conocimientos sólidos sobre cómo es el mundo no es tan diferente del de Aristóteles. En el fondo es el mismo. O al menos lo ha sido hasta hace poco, porque debo reconocer que mi caracterización de lo que es esencial en la ciencia proviene de una concepción cada vez menos compartida por los responsables de la política científica de los Estados, por los periodistas y por quienes redactan informes para los ministerios, en fin, por la mayoría de las personas que tienen alguna opinión sobre lo que es, o ha de ser, la ciencia. Para todas esas personas, la ciencia no es más que ciencia aplicada o aplicable, y basta.

La amenaza del tecnologismo

Esta concepción alternativa, antiaristotélica, de la ciencia a la que me refiero no ha surgido de la nada, ni es nueva. A su primer gran promotor ya me he referido más arriba: Francis Bacon, a principios del siglo XVII. Ya he dicho que Bacon no era un científico, y ni siquiera tenía una buena comprensión de lo que significaba la revolución que se estaba fraguando en su época. Pero era un buen escritor y hábil panfletista, por lo que tuvo una notable influencia en los políticos, y en la *intelligentsia* de su época y la de generaciones posteriores. Popularizó el lema "*scientia est potentia*" –poder para controlar la naturaleza y, de paso, si se puede, también la sociedad–. En realidad, ninguno de los grandes protagonistas de la revolución científica se atuvo al lema baconiano: ni Kepler formuló sus leyes sobre las órbitas de los planetas para facilitar los viajes interplanetarios, ni Galileo enfocó su telescopio hacia la Luna para curar a los lunáticos, ni Descartes tradujo la geometría al álgebra para ayudar a los agrimensores, ni Huyghens investigó los fenómenos ópticos para proveernos de anteojos a los miopes, ni Newton aplicó la ley de la gravitación a las mareas para evitar naufragios.

A pesar de ello, el hecho histórico es que la retórica propagandística de los propios científicos (genuinos) a partir de la época de Bacon, la retórica que emplearon y siguen empleando cada vez más cuando se dirigían o se dirigen a reyes, presidentes, ministros, ensayistas, empresarios, etc., ha sido desde entonces la que se resume en el dichoso lema "*scientia est potentia*". Ello no tendría mayor importancia si se limitara a ser una jugada táctica para conseguir un poco de dinero para llevar a cabo un programa de investigación, o para alcanzar cierto prestigio social entre las personas que rodean a los científicos y que no tienen ni idea de lo que ellos hacen. Sin embargo, el problema es que, a la larga, parece como si los propios científicos hubieran internalizado, por así decir, en su "subconsciente", la retórica baconiana. Y así es posible que, en realidad, a la larga ello modifique la autoimagen de los científicos sobre lo que es esencial en su tarea. Si esta tendencia se consolida, el resultado final será que la ciencia se convertirá en lo que hasta ahora nunca había sido, a saber: solo ciencia aplicada, o sea, tecnología. Y la ciencia como búsqueda de un conocimiento fundamental de la realidad, un conocimiento utilitariamente indiferente, desaparecerá del panorama de nuestra cultura.

El estancamiento del genuino espíritu científico

Creo que hay un síntoma inequívoco de que la amenaza tecnologista está cuajando en la actualidad. Se trata de lo que podríamos denominar "el proceso de estancamiento progresivo" de la ciencia en las últimas décadas. Quizás el lector juzgará que me estoy inventando un espectro que no corresponde a la realidad. Al fin y al cabo todo el mundo habla de los grandes progresos científicos del siglo XX. Y admito que, en cierto modo, esa frase corresponde a la realidad histórica. Después del siglo XVII, el otro *saeculum mirabilis* en la historia de la ciencia ha sido el siglo XX. Ahora bien, hecha esta constatación, no hay que olvidar que esa calificación vale solo para la primera mitad del siglo XX o, estirando mucho, para los dos primeros tercios del siglo. Fijemos una fecha convencional: 1966. Ahora hagamos una simple comparación estadística entre las aportaciones decisivas, fundamentales, al conocimiento humano que se hicieron antes de esa fecha y después. Pues bien, los datos históricos no engañan –y son aplastantes–. En todas las disciplinas de las que tengo un mínimo conocimiento, podemos constatar el mismo esquema: los grandes descubrimientos y la formulación de nuevas teorías revolucionarias tuvieron lugar antes de 1966. Veámoslo mediante un recuento sucinto.

Empecemos por las ciencias formales: la lógica y la matemática. Si examinamos las aportaciones a los fundamentos de estas dos disciplinas que han sido realmente revolucionarias y han determinado de manera decisiva nuestra comprensión de lo esencial en ellas, todas, sin excepción, tuvieron lugar en los dos primeros tercios del siglo XX: Russell descubrió la famosa paradoja que lleva su nombre en 1901; entre 1910 y 1913, Russell y Whitehead publicaron los *Principia Mathematica*, la monumental exposición de la nueva lógica y su aplicación a la fundamentación de la matemática; entre principios de siglo y los años 1930, Zermelo, von Neumann y otros autores axiomatizaron la teoría de conjuntos tal como la conocemos hoy; en la década de 1920, Hilbert y sus discípulos desarrollaron una nueva disciplina matemática, la teoría de la prueba; a principios de la década de 1930, Gödel demostró sus famosos teoremas, tal vez la contribución más profunda a la comprensión de la naturaleza de las matemáticas que se haya realizado nunca; a finales de esa misma década, Turing y otros lógicos crearon la teoría de la computabilidad, que devendría la base teórica para la informática y la inteligencia artificial; entre los años 1940 y 1950, el grupo Bourbaki reconstruyó todas las matemáticas de una manera unificada a partir de la teoría de conjuntos; en la década de 1950 se desarrolló la teoría de las categorías como alternativa general a la teoría de conjuntos. Y ahora preguntémonos: ¿qué aportaciones fundamentales ha habido en las matemáticas desde los años 1960? Sin duda se han obtenido resultados puntuales interesantes, como la prueba del teorema de Fermat, pero nada que, por su trascendencia, pueda compararse, ni de lejos, a las aportaciones antes mencionadas.

Pasemos ahora a considerar las ciencias fisicoquímicas. Aquí el contraste entre los dos primeros tercios del siglo XX y lo que ha ocurrido en el último tercio de ese siglo y lo que va del XXI, es aún más flagrante, si cabe, que en el caso de las ciencias formales. Absolutamente todas las grandes teorías sobre el espacio, el tiempo y la materia que han revolucionado nuestra comprensión del Universo fueron creadas *y confirmadas* en los dos primeros tercios del siglo. La teoría de la relatividad restringida es de 1905; la de la relatividad generalizada fue formulada en 1915 y confirmada pocos años después; en astrofísica, la teoría del *big bang*, como corolario de la relatividad generalizada, fue formulada por primera vez por Lemaître en los años 1920 y confirmada de forma empírica por Hubble en 1929. Pasemos ahora a otra rama por completo distinta de la física, la física cuántica: la primera versión de la mecánica cuántica se la debemos a Planck en 1900, y las versiones definitivas de la misma con la mecánica de matrices de Heisenberg y la mecánica ondulatoria de Schrödinger fueron construidas, independiente y simultáneamente, a fines de la década de 1920; a mediados de la siguiente década, Dirac estableció las bases de la electrodinámica cuántica, que habría de permitir poco después unificar la mecánica cuántica y la teoría de la relatividad restringida; el (mal llamado) "modelo estándar de la física de partículas" (MEFP), la teoría física más exitosa de la historia, de la que ya hemos hablado más arriba, fue construyéndose de forma gradual a partir de 1956, cuando Gell-Mann introdujo la noción de interacción débil; en 1961, Glashow unificó la electrodinámica con la interacción débil; poco después, la hipótesis de los *quarks* fue formulada por Gell-Mann y Zweig; por último, la síntesis de los tres grandes tipos de interacciones, la electromagnética, la débil y la fuerte, justo lo que desde entonces se denomina el MEFP, se lo debemos en lo esencial a los trabajos de Weinberg y Salam publicados en 1967 (solo un año después del límite convencional que nos hemos fijado).

Pasemos por último a una rama de la química física que es, en lo esencial, independiente de la física relativista y de la cuántica: la termodinámica de los procesos irreversibles, una disciplina fundamental para comprender los procesos químicos y bioquímicos: ella nació en los años 1930 con las ecuaciones de Onsager, siendo luego perfeccionada por los trabajos de Prigogine en las décadas de 1940 y 1950. Resumiendo: nada fundamentalmente nuevo ha ocurrido en física y química en el último tercio del siglo XX y en lo que va del XXI. Es cierto que se han dado descubrimientos puntuales significativos, como la detección del bosón de Higgs en 2012, que confirmó en definitiva el MEFP; pero nada de eso es comparable en amplitud, profundidad y carácter innovador con los desarrollos en la física y la química de los dos primeros tercios del siglo XX.

En cuanto a las ciencias de la Tierra, su paradigma teórico fundamental sigue siendo la teoría del desplazamiento de los continentes que Wegener formuló por primera vez en 1912, y que fue aceptada con amplitud poco después de la Segunda Guerra Mundial. Ningún nuevo paradigma ha surgido desde entonces en ese dominio.

Consideremos la evolución de las ciencias de la vida en los últimos 120 años para ver si muestran el mismo esquema diacrónico al caso de las matemáticas y la física. Sin entrar en detalles, baste recordar que la formulación correcta de la genética mendeliana y su confirmación empírica tuvieron lugar a lo largo de los primeros 20 años del siglo XX, de entrada con los trabajos de Bateson y De Vries, pero sobre todo con los resultados experimentales impresionantes de Morgan y su grupo alrededor de la Primera Guerra Mundial; la genética de poblaciones, que combina la perspectiva genética con la teoría de la evolución, nació en la década de 1930 para culminar alrededor de 1940 con lo que suele llamarse "la teoría sintética" de la biología; la etología fue creada en esencia por Lorenz en la década de 1930; Rosalind Franklin, Watson y Crick desarrollaron su famoso modelo de la doble hélice y asentaron así los fundamentos de la genética molecular en el curso de la década de 1950. ¿Y qué otro u otros grandes paradigmas de la biología se han creado desde entonces? Ninguno.

En psicología, el paradigma psicoanalítico floreció antes de la Primera Guerra Mundial y el paradigma conductista poco después de esta. En cuanto a la psicología cognitiva, tiene sus raíces en el ensayo pionero de la teoría de las redes neuronales de McCulloch y Pitt, formulada en 1943, y enriquecida luego por los desarrollos en inteligencia artificial debidos a von Neumann y otros a partir de fines de la década de 1940. Hoy se habla mucho de las ciencias cognitivas como del nuevo gran paradigma científico; pero en realidad todos los elementos esenciales de las ciencias cognitivas estaban ahí antes de la fecha fatídica de 1966: solo fueron paulatinamente ensamblados y refinados con posterioridad. En todo caso, no se trata de nada en esencia nuevo.

Con respecto a las ciencias sociales, me limitaré a hacer una breve observación general por la siguiente razón. Doy por supuesto que el lector está familiarizado con el esquema diacrónico metacientífico propuesto por Kuhn en *La estructura de las revoluciones científicas*, de 1962, para aprehender lo esencial del desarrollo histórico de las ciencias. En ese ensayo Kuhn arguye que una disciplina puede considerarse como bien asentada cuando las investigaciones dentro de ella se rigen por *un solo paradigma*, es decir, cuando hay acuerdo en la comunidad científica pertinente acerca de cuáles son los conceptos y principios más fundamentales, qué métodos hay que emplear para resolver los problemas específicos de la disciplina en cuestión y cuáles son los problemas en verdad importantes. Con base en este esquema, Kuhn arguyó que las ciencias sociales todavía se hallaban, en el momento en el que él exponía su análisis, en un estadio "pre-paradigmático", dado que la situación en la que esas disciplinas se encontraban no correspondía a un acuerdo entre los científicos con respecto a los tres elementos paradigmáticos mencionados. Ahora bien, cuando exponía esa evaluación en la década de 1960, Kuhn daba a entender que esa situación iba a cambiar pronto, al menos en algunas disciplinas de las ciencias sociales, que en breve iban a alcanzar el estadio paradigmático. Pues bien, creo que si somos honestos, tanto si somos practicantes de alguna ciencia social como si no, deberemos admitir que la situación sigue siendo, casi sesenta años después de la predicción de Kuhn, la misma que entonces. La cautelosa predicción de Kuhn ha resultado refutada. En algún momento pareció que, en la lingüística, el modelo chomskiano de las gramáticas generativo-transformacionales acabaría por imponerse como *el* paradigma de la lingüística. Pero en 2020 hemos de constatar que no es así. Existe un montón de lingüistas esparcidos por todo el mundo, con una buena reputación científica, que no quieren ni oír hablar de gramáticas generativo-transformacionales. En suma, las perspectivas de progreso de verdad científico en las ciencias sociales hoy no solo no son mejores que en las demás disciplinas, sino que siguen siendo peores.

¿Es esta tendencia a un estancamiento progresivo del espíritu científico genuino un fenómeno pasajero, o bien tiene raíces históricas y sociales más profundas? A pesar de lo manifiesto que es este fenómeno de estancamiento, sorprende constatar que son pocos los autores que lo han analizado de forma sistemática. De hecho, solo sé de un autor que lo ha hecho: el periodista científico e historiador de la ciencia John Horgan, en su libro *The End of Science: Facing the Limits of Knowledge in the Twilight of the Scientific Age*.[4] Su tesis básica es que la ciencia se está estancando en todas las áreas debido a un proceso interno, por así decir, inmanente, al desarrollo científico: hasta hace pocas décadas los problemas estudiados por los científicos podían ser difíciles de abordar, pero no insolubles: al final siempre había un genio o un grupo

[4] La primera edición de este libro es de 1996 (Addison-Wesley); la segunda, ampliamente revisada y completada, es de 2015 (Perseus Books).

de genios que lograba resolverlos mediante alguna nueva teoría altamente compleja. Sin embargo, según Horgan, a partir de cierta fase del desarrollo inherente a la ciencia, la complejidad de los fenómenos abordados resulta ser de un grado tan elevado que escapa a las posibilidades intelectuales humanas. Ya no aparece ningún Darwin, ningún Hilbert, ningún Einstein, ninguna Escuela de Copenhague, que logre abordarlos con éxito. La ciencia choca entonces de forma irremediable con sus límites inherentes.

No obstante, señalemos que no es la primera vez en la historia de las ideas que se habla de los límites inherentes al conocimiento científico. Ya en el último tercio del siglo XIX este tema estuvo de moda entre muchos intelectuales y científicos europeos –primero en los países de lengua alemana, luego más acusadamente aún en Francia–. Recordemos al gran fisiólogo suizo Emil Du Bois-Reymond, quien respecto a las cuestiones básicas referentes a la esencia de la materia, de la vida y de la conciencia, formuló la famosa (y deprimente) frase: "*Ignoramus et ignorabimus*" ("Ignoramos e ignoraremos") (1872: 464). En las últimas décadas del siglo XIX, algunos intelectuales franceses fueron más allá y popularizaron el eslogan de la "bancarrota de la ciencia" (Otero, 2011). Ahora, ya casi nadie se acuerda de todo ello, porque pocos años después de la anunciada bancarrota, las personas con un mínimo de bagaje intelectual fueron testigos de desarrollos muy impactantes en las ciencias puras, tales como el florecimiento de la lógica matemática, el afianzamiento de la teoría de conjuntos, la concepción y la confirmación de las teorías de la relatividad y de la física cuántica, así como de la genética y de la teoría sintética en biología, etc. Ante esta constatación histórica, cabe preguntarse si el pesimismo actual de Horgan respecto al desarrollo inherente a la ciencia no es fruto de la misma miopía que la de Du Bois-Reymond o la de los "bancarrotistas" franceses de 1890.

Dicho esto, comparto con Horgan su detección de los síntomas de estancamiento científico en las últimas décadas, y haber sido el primero en detectarlos es un mérito que no quiero minusvalorar en absoluto. Pero en lo que no concuerdo con él es en su etiología del fenómeno. No creo que sea una evolución inherente (e insuperable) del espíritu científico lo que ha conducido a ese estancamiento, como tampoco lo fue en la época de Du Bois-Reymond y los "bancarrotistas" de fines del siglo XIX. La principal razón de mi desacuerdo con Horgan es una constatación, por así decir, meta-histórica: es muy inverosímil que *todas* las disciplinas científicas hayan desembocado en un callejón sin salida al mismo tiempo, a saber, en las últimas décadas del siglo XX. ¿Por qué milagro meta-histórico y metacientífico todo un montón de disciplinas que no tienen nada o muy poco que ver entre sí –desde la matemática hasta la etología, pasando por la física, la química, la geología y la genética– han chocado con sus propios límites al mismo tiempo, cuando sus periodos de desarrollo respectivo son obviamente muy dispares? Recuérdese: la matemática como disciplina científica existe y se ha desarrollado desde el siglo VI a.C. (o sea, durante 25 siglos); la astronomía, desde el siglo IV a.C. (durante 23 siglos); la física, desde el siglo III a.C. (22 siglos), la química, desde principios del siglo XVII (o sea, durante cuatro siglos), la biología desde principios del siglo XIX (dos siglos); la psicología (científica) desde fines del siglo XIX (poco más de un siglo)…

No es en absoluto plausible suponer que todas esas disciplinas, tan distintas entre sí tanto por su contenido como por la duración de su devenir histórico, hayan chocado con el mismo muro, con la misma "bancarrota" al mismo tiempo. La explicación horganiana del proceso de estancamiento científico, una explicación que apela a factores inherentes a las propias disciplinas científicas, no es verosímil. Por mi parte, abogo por una explicación *externalista* de ese fenómeno, como ya lo he sugerido más arriba: la marcha triunfal de lo que he denominado el espíritu tecnologista o, si se quiere, la revancha tardía de Francis Bacon. Me parece evidente que el interés casi exclusivo por la ciencia aplicada, tanto por parte de la opinión pública en general, de los políticos, de los periodistas, así como de una fracción creciente de los jóvenes que inician una carrera científica, no es un factor que vaya a promover el espíritu científico tal como lo conocemos desde la Antigüedad, o al menos desde el siglo XVII. Ese interés tecnologista *no* es un factor que permita superar el estancamiento actual de la ciencia; al contrario, agudiza el fenómeno. Y por lo tanto no es inverosímil imaginar que si dentro de cien años (suponiendo que entonces aún subsista la civilización humana) alguien le preguntara a un historiador de la ciencia cuál ha sido la naturaleza del desarrollo científico en el siglo XXI, ese historiador constate: "Ése ha sido un gran siglo para los adelantos de la tecnología, de la ciencia aplicada"; pero que si hubiera alguien que todavía se atreviera a preguntar: "¿Y sabemos ahora esencialmente más cosas sobre la constitución del mundo que hace cien años?", el historiador en cuestión respondería: "No; eso ya no interesa a nadie; lo que nos interesa hoy en día es el bienestar material de la gente". Y con ello asistiríamos al triunfo definitivo del profeta Francis Bacon.

Bibliografía

Bacon, F. (1949). *Novum Organon.* Tomo I. Buenos Aires: Losada.

Du Bois-Reymond, E. (1872). *Über die Grenzen des Naturerkennens.* Leipzig: Verlag von Veit.

Koestler, A. (1981). *Los Sonámbulos*. México: Conacyt.

Otero, M. (2011). Apuntes sobre la "bancarrota" de la ciencia *circa* 1900. *Llull*, *34*(73).

Plutarco (1962). *Vidas paralelas*. Vol. 2. Barcelona: Vergara.

Störig, H.-J. (2016). *Historia Universal de la Ciencia*. Madrid: Tecnos.

Comentario a Ulises Moulines

Alfonso Ávila

Alabo el amor a la ciencia pura de parte de Ulises Moulines, indudablemente, lo mejor de la ciencia. Como mi profesor, recuerdo su paciencia benedictina con los alumnos, su afabilidad, su disposición al diálogo y su nítida claridad recogiendo con ella, tal vez, el dicho de Ortega y Gasset cuando este dijo que "la claridad es la cortesía del filósofo". Claro que Moulines no sería un buen profesor si no propiciara que surgieran ideas diferente de parte de sus alumnos, y yo no hubiera sido un buen alumno de él, si no tratara de aportar algo a sus ideas, tal como lo hicieron, guardando las debidas proporciones, los discípulos de Tales de Mileto que, en vez de repetir las ideas de su maestro, ofrecieron las suyas propias.

Claro que conocer por conocer produce una gran satisfacción. Probar un teorema matemático es como poner la última pieza de un rompecabezas. Yo mismo he dedicado muchos años de mi vida a tratar de saber qué son los números naturales, algo que Frege se había preguntado de una forma muy seria tiempo atrás. Pero ¿resuelve algo la respuesta que demos a esa pregunta? No lo creo. Ni siquiera les sirve a los matemáticos en su quehacer. Como dijo Wittgenstein: "Después de una clarificación conceptual, la matemática se queda tal cual".

Pero cuando entendemos algo es como acomodar una pieza en nuestro sistema conceptual a partir de lo cual este nos parece más inteligible. Eso es agradable, aunque no sirva para otra cosa más que para hacernos el mundo más claro, más nuestro. De esa forma nos apropiamos de él. Creo que intentamos conocer no solo por conocer, sino también para interactuar en nuestro orbe. Conocemos, en gran parte, para movernos de forma más racional. *La República*, de Platón, llevaba la pretensión de indicar cómo crear una sociedad mejor; *El Organón*, de Aristóteles, tenía la intención, entre otras, de poder refutar a los Sofistas; el psicoanálisis busca mejorar la vida de las personas, lo logre o no; el lenguaje binario de Boole es la base de la computación y otros inventos, aunque esa no haya sido la intención de su autor. Lo que quiero decir con estos ejemplos es que la ciencia pura no es inútil, aunque sus autores no siempre hayan apreciado sus consecuencias. Hay también reflexiones que, en apariencia, son inútiles como la búsqueda de la ontología de los números de la aritmética, pero que, al aclararnos nuestro sistema conceptual mediante el cual conocemos el mundo, nos permiten entender mejor las cosas y, de manera eventual, manejarlas mejor. No sé si de ahí salga un aparato tecnológico nuevo, seguro no, pero ciertamente conduce a una vida más armónica, más feliz.

La tesis central de Ulises Moulines en este trabajo es que la visión tecnológica de la ciencia la empobrece y motiva que los científicos mismos se enfoquen en la ciencia aplicada, descuidando la ciencia más pura y fundamental para entender el mundo. Pero, como dijo Einstein:

> Algunos hombres se dedican a la ciencia, pero no todos lo hacen por amor a la ciencia misma. Algunos entran al templo de la ciencia solo para desplegar sus talentos particulares; […] otros entran con la esperanza de asegurarse un buen pago[…] Si descendiera un ángel del Señor y expulsara del Templo de la Ciencia a todos aquellos que pertenece a esas dos categorías, temo que el templo quedaría casi vacío. Entre los que quedarían se hallaría nuestro Planck (Einstein, 1941: 9).

Mi punto aquí es que hay muchos científicos que tienen otros intereses, pero que “han construido una gran parte, quizá la mayor, del Templo de la Ciencia”, como dice ahí mismo Einstein; pero siempre habrá unos pocos científicos, como Planck, que amen la ciencia por ella misma. Lo que quiero decir es que las tendencias tecnologicistas acaparan gran parte de los esfuerzos científicos, pero eso no impide que haya también unos pocos “locos” que no les interese nada más que resolver el último teorema de Fermat, aclarar un concepto o entender mejor un fenómeno. Creo que esto no se lo podemos pedir a todos los científicos, y está bien, pues considero que eso no distrae a los verdaderos devotos del Templo de la Ciencia.

Bibliografía

Einstein, A. (1941). "Prólogo". En M. Planck, *¿A dónde va la ciencia?* Buenos Aires: Losada.

Una vida para la filosofía

*Gerardo Aguirre**

Alfonso Ávila del Palacio ha vivido para la causa de la filosofía y, como los griegos, ha invitado a muchos al diálogo filosófico con emoción y constancia; además, ha compartido sus convicciones sin dar un paso atrás a lo largo de su vida. No se puede entender el desarrollo de la filosofía en Durango sin la voz y la obra de Alfonso Ávila, quien hace más de 30 años regresó a su ciudad de nacimiento de un autoexilio obligado en la Ciudad de México, donde se formó primero como economista, lo que despertó en él la necesidad de búsqueda de fundamento en ese laberinto de teorías contradictorias que sembraban el campo de la teoría económica en la década de 1960.

Después de un periodo corto en la economía zarpó a la búsqueda de fundamentos filosóficos, y su vocación lo llevó a los estudios de posgrado en la Facultad de Filosofía en la UNAM. Durante los años universitarios se convenció, por el ejemplo socrático, que no hay conocimiento filosófico sin diálogo. Ahí dialogó con Ulises Moulines, Mauricio Beuchot, Pablo Lorenzano, Carlos Pereyra, Fernando Salmerón, Raymundo Morado, Adolfo García de la Sienra, Alejandro Tomassini y León Olivé, entre otros maestros y condiscípulos, y por 15 años continuó dialogando con sus estudiantes, impartiendo cursos de filosofía de la ciencia, lógica y epistemología en la carrera de filosofía en la propia UNAM.

* Director del Instituto de Estudios Filosóficos de Durango, A.C., y profesor del Instituto Tecnológico de El Salto.

En 1990 Alfonso regresó a Durango y rápidamente inició, junto con dos filósofos de formación y tres profesionales interesados en la filosofía, un círculo de estudios que después se convirtió, en 1992, en el Instituto de Estudios Filosóficos de Durango, del que fue director fundador. En el Instituto se inició el seminario de los viernes que después de 30 años continúa, semana a semana, abordando temas de interés filosófico, con la suma de voces de muy diversas profesiones y con muchos jóvenes que han dado nuevo aliento al Instituto y mantienen viva y creciendo la llama de la filosofía en Durango.

De las reflexiones del seminario de los viernes surgió la necesidad de profundizar en el conocimiento filosófico y difundirlo en un círculo más amplio; entonces, el Instituto organizó varios diplomados a partir de la década de 1990 y hasta hoy. Los diplomados han ofrecido a Alfonso, a los miembros del Instituto y a los muchos interesados en la filosofía, la oportunidad de dialogar en Durango con Fernando Salmerón, Rafael Moreno, Luis Villoro, Abelardo Villegas y Adolfo Sánchez Vázquez, de aquella generación de connotados maestros de la Universidad Nacional ya fallecidos; también con Laura Benítez, Adolfo García de la Sienra, Raymundo Morado, Mauricio Beuchot, Ana Bertha Nova, Mariflor Aguilar, Alejandro Tomassini, Ramón Kuri, Flor Hernández Carballido, Francisco Covarrubias, Heriberto Ramírez y Miriam Rudoy, entre otros.

Bajo la coordinación de Alfonso Ávila se inició en el año 2004 la Maestría en Ciencias y Humanidades en la Universidad Juárez del Estado de Durango, programa que logró en corto tiempo el reconocimiento en el Padrón Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Conacyt. En la ceremonia de apertura de este programa, Alfonso señaló: “hoy la Universidad en Durango se reconcilia con una de sus raíces, la filosofía, imperdonablemente ausente de la Universidad”, y agregó que la filosofía es una planta exótica que requiere de un ambiente propicio para crecer, ya que, en un ambiente de autoritarismo, de supremacía de una forma de pensamiento sobre las demás, esa planta exótica muere.

En ese mismo discurso insistió en la importancia del diálogo, para lo cual hizo referencia al positivismo que pretendió sustituir la dictadura de la religión por la de la ciencia; señaló que si se sustituye una dictadura por otra el diálogo se acaba y la filosofía con él, ya que “no se puede lavar sangre con sangre, como ya le decía Bakunin a Marx”. Con la incorporación formal de la filosofía a la Universidad en Durango, Alfonso Ávila expresó también la certeza de que eso ayudará a construir un pensamiento propio con el cual "nos incorporemos al diálogo mundial que busca la construcción de un mundo más sabio, justo y feliz".

En 2020, después de casi 30 años de dialogar con las autoridades universitarias, de proponer planes de estudio, modificarlos, asistir a reuniones con uno y otro Consejo de Directores, por fin la Universidad en Durango abrió la licenciatura en filosofía, con lo cual se está cumpliendo un sueño que Alfonso Ávila acrisolaba desde que arribó a Durango lleno de expectativas.

Alfonso ha orientado sus reflexiones de manera particular a la filosofía de las matemáticas y de la economía; sus preocupaciones intelectuales han estado enfocadas al análisis del papel de la matemática en las explicaciones empíricas, tema que según afirma se encuentra bastante alejado de las preocupaciones de la gente e incluso de sus colegas filósofos. Sin embargo, sostiene que es crucial para entender la labor intelectual de los seres humanos.

Entre sus publicaciones cabe mencionar *Estructura Matemática de la Teoría Keynesiana* (2000), *The Natural Numbers seen Philosophically* (2011), *Vigencia de la definición fregeana de número* (2014) y *Reflexiones sobre lo abstracto* (2016)*,* además de numerosos artículos en revistas como *Crítica*, *Dianoia*, Análisis Filosófico y *Theoria*, entre otras.

En *Estructura Matemática de la Teoría Keynesiana*, Alfonso define la filosofía como diálogo, "el diálogo de cierta comunidad cultural[…], mediante el cual dicha comunidad intenta precisar y generar los conceptos por medio de los cuales interpreta sus experiencias". Y sostiene también que la filosofía es una actividad de segundo orden "una reflexión sobre nuestras producciones intelectuales, o un pensar sobre el pensar, como diría Hegel" (2020: 11).

Esta última afirmación parece corresponder muy bien a su obra en el campo de la filosofía de las matemáticas, pero no a la obra que Alfonso ha desarrollado, de manera paralela, en el campo de lo que bien puede llamarse una filosofía para la vida. En ella sus reflexiones no son una actividad de segundo sino de primer orden, ya que piensa directamente el mundo, en particular la naturaleza humana y el mundo social, donde la gente se relaciona, es feliz, sufre y ama.

Como humanista comprometido, Alfonso Ávila ha desarrollado ideas originales acerca de esta filosofía para la vida; sus intereses filosóficos lo han llevado a proponer utopías para un mundo mejor y una vida feliz, y ha escrito dos textos que recogen sus ideas acerca de esta filosofía. El primero, *Sobre la felicidad, las teorías y un mundo mejor* aborda en el primer capítulo, escrito a sus 19 años, el tema de la felicidad, e inicia proponiendo que todos buscamos la felicidad por diferentes medios, unos más efectivos que otros, pero "solo la armonía total produce la felicidad total" (2007:26).

Esta obra fundamental de Alfonso Ávila se inscribe en el campo de la filosofía en un sentido amplio, y se observa en ella su preocupación por responder a las preguntas fundamentales que otros filósofos han formulado desde los inicios de la filosofía. Alfonso sostiene, al igual que Aristóteles en la *Ética a Nicómaco*, que los seres humanos existen para ser felices: "la verdad del último por qué no es la existencia, es la felicidad" (2007:19).

En el mismo tono aristotélico, Alfonso ordena a los seres humanos según su manera de entender y buscar la felicidad: el primer grupo, los superficiales, integrado por la inmensa mayoría, busca la felicidad en los bienes sensibles, en la belleza ajena, en lo que llega a la mente por medio del cuerpo sensible. Son los que armonizan la belleza exterior con su sensibilidad, pero cuando tienen preocupaciones, enfermedades o fracasos, se vuelven de inmediato infelices.

Otro grupo es el de quienes buscan la felicidad dentro de sí mismos, en la bondad, la certeza, la seguridad, la tranquilidad de ánimo, el amor, la esperanza, y logran armonizar algunas de sus partes, pero les falta lograr armonía con sus semejantes.

El tercer grupo es el de los pensadores, quienes se complacen en la verdad absoluta, se entregan a ella y en ella son felices.

De estas reflexiones de Alfonso Ávila lo medular es su afirmación de que la felicidad depende de cada uno, porque esta no es sino "la conciencia de la armonía lograda" por nosotros mismos. la felicidad es entonces un logro esencialmente propio y personal.

En este mismo libro Alfonso hace una reflexión filosófica sobre la filosofía, tema recurrente en sus escritos. Ahí se propone explicar qué es eso de la filosofía; su respuesta es que es "ante todo un diálogo racional que solamente se puede dar entre iguales" (2007: 169), donde no hay verdades absolutas, sino solo el deseo auténtico de aclarar las ideas que cada uno tiene.

En aquel discurso de apertura de la maestría en ciencias y humanidades de la Universidad en Durango, Alfonso ya había definido la filosofía como diálogo. Además, afirmó que el pueblo del Mediterráneo que inventó la filosofía "entendida como un diálogo entre iguales" se atrevió a dudar del saber heredado y a pensar por cuenta propia, "ese pueblo generó, una vez que le dio alas de libertad a su pensamiento, la matemática abstracta, la ciencia experimental, la perfección en varias formas de arte y la democracia".

Otro tema que ha ocupado a Alfonso Ávila en estas reflexiones de primer orden es el de la violencia. Este lo aborda en su libro *Sobre la felicidad, las teorías y un mundo feliz* (2007) en el que dedica un capítulo al tema y sostiene que la violencia no es parte de la naturaleza humana y que tampoco es necesaria para la vida de las sociedades. Sin embargo, es en su segundo libro sobre lo que en este escrito se ha denominado "filosofía para la vida" –¿Es posible un mundo mejor?, ya terminado, pero aún sin publicar–, que el propio Alfonso califica como su segundo intento de analizar la condición humana y sus posibilidades, donde realiza las más importantes aportaciones al respecto.

En este segundo libro entiende por *violencia* "la imposición de la voluntad de una persona, o varias, sobre la voluntad de otras personas", por lo que las guerras, la dominación, la explotación y la imposición de ideas o costumbres son formas de violencia. Agrega que hay ocasiones en que se justifica la imposición de la voluntad de uno sobre otro, pero solo cuando aquel sobre el que se impone la voluntad no es capaz de ejercer su voluntad por sí mismo, como en el caso de los niños pequeños o los que no han alcanzado la madurez mental.[1]

Jean Paul Sartre afirmó, en *El existencialismo es un humanismo*, que no hay una naturaleza humana en el sentido de un esencia dada de una vez y para siempre, sino que los seres humanos "son lo que se hacen", están en permanente construcción; que el humano es el único ser cuya existencia antecede a la esencia. Alfonso Ávila afirma, como Sartre, que no hay una naturaleza dada, sino que el ser humano se va construyendo a lo largo de la vida.

Para apoyar su argumento de que la violencia no es parte de la naturaleza humana, en el sentido de "esencia" humana, se refiere a la conducta de los

[1] Aunque Alfonso Ávila utiliza el concepto de *violencia* para referirse a ambas situaciones, parecería conveniente usar otro término y no el de *violencia* para la madre que actúa sobre la voluntad de los hijos, porque aquí la madre se impone para educar, para guiar por el camino que considera correcto y no parece que esté ejerciendo violencia en el sentido de imposición. En los casos de adhesión libre de una voluntad a la voluntad de otro, como es el de quienes se adhieren a un líder carismático, donde no hay imposición sino voluntariedad, Alfonso de seguro estaría de acuerdo en que no está ocurriendo una situación de violencia. Pero eso nos podría llevar a la pregunta de si acaso todos los liderazgos carismáticos, puesto que ahí no hay violencia, serían generalmente buenos.

primates, en particular de los bonobos que son pacíficos y manifiestan altruismo, compasión, paciencia y empatía, a diferencia de otros primates como los chimpancés que muestran una conducta agresiva. Puesto que los bonobos, los chimpancés y los humanos evolucionaron del mismo ancestro y comparten más de 98% de características genéticas, Alfonso argumenta que el mayor parecido de los humanos con los chimpancés y no con los bonobos, que han desarrollado vías para reducir la violencia, se debe a cuestiones culturales, y que como humanidad "erramos el camino al centrar la atención en fomentar el egoísmo individual y la competencia, y no más bien la cooperación y la solidaridad", y que por lo visto "eso nos ha llevado a una espiral de violencia, de la que debemos salir si aspiramos a tener un mundo más armónico y feliz".

A la antigua pregunta acerca de si los seres humanos tienen por naturaleza una disposición al bien o están orientados al mal, hay respuestas que van desde las que consideran que el hombre nace bueno y la sociedad lo corrompe, como sostiene Rousseau, hasta aquellas que afirman que se nace malo y es necesaria la coerción, una ley autoritaria y un poder suficiente que controle el impulso agresivo que surge del natural egoísmo, como afirma Hobbes.

A este respecto, Alfonso Ávila sostiene que no hay una naturaleza humana como algo inamovible, que no se nace ni bueno ni malo, sino que el ser humano está siempre en construcción y "por las experiencias de nuestra especie y las especies de donde venimos, así como el uso de la razón, al parecer, vamos cayendo en la cuenta de que es mejor la convivencia que el enfrentamiento".

Se pregunta en seguida si la violencia es necesaria para subsistir en los grupos humanos, ya que al parecer la agresión es lo común en otras especies animales. Así, afirma que la violencia no es un rasgo común a todas las especies, por lo cual no se puede concluir que la agresión es consustancial a toda animalidad. Más aún, argumenta que hay razones para creer que hay fuerzas e intereses, opuestos a la violencia, que unen a los seres humanos, tales como el amor, la amistad, la convivencia y la generosidad. Concluye que "para los propósitos de la presente reflexión es suficiente constatar que al menos algunas uniones de seres humanos han nacido como producto del amor y las fuerzas opuestas al egoísmo".

Platón imaginó una utopía, una sociedad ideal que en *La República* describe como un estado donde prevalece la justicia y el bien. En el renacimiento Tomás Moro publicó su *Utopía* como un modelo que confía en la capacidad del ser humano para lograr una sociedad donde prevalezca la igualdad; pues cree que la razón es suficiente para conducir a los hombres a construir una sociedad donde prevalezca el interés común, frente a la ambición y el interés personal que rige en las sociedades de su tiempo.

Adolfo Sánchez Vázquez afirmó respecto a las utopías que "lo utópico apunta a un posible, irrealizable hoy y tal vez realizable mañana, a condición de que lo posible tenga cierto arraigo en lo real" (1975: 77). En sus reflexiones sobre filosofía para la vida, Alfonso Ávila se pronuncia también por imaginar una utopía y está convencido de que puede realizarse. Así, sostiene que es posible un mundo mejor a partir de un diálogo honesto entre todos, tal como lo propone la filosofía.

¿Son las utopías sueños inalcanzables? Aunque lo fueran, se debería reconocer que tienen varias funciones; son orientadoras, puesto que señalan el rumbo a seguir para alcanzar lo imaginado; también tienen una función crítica porque comparan la situación ideal, imaginada por la utopía, con la situación presente, con lo cual pueden mostrar lo que está mal y lo que falta por hacer; pero sobre todo abren la puerta a la esperanza.

Si los seres humanos no tienen una naturaleza inamovible sino, como afirma Alfonso se construyen a sí mismos, entonces hay espacio para la esperanza, hay lugar para imaginar el "no lugar" que constituye la utopía. El hecho de ser libres, seres humanos en construcción, permite soñar con un mundo mejor y con un actuar en la dirección de lo imaginado. Alfonso introduce en sus reflexiones de primer orden sobre el mundo una luz de esperanza; como humanista comprometido, confía en que por muy injusta y desoladora que pueda ser la situación presente, siempre es posible imaginar y construir un mundo mejor.

En su último libro sobre el tema, Alfonso afirma que la suya es una utopía realista, aunque esto parezca contradictorio "algo a lo que podemos aspirar los seres humanos en conjunto: el nirvana, el cielo en la tierra, la paz universal, un mundo feliz". Para ello se requiere usar la imaginación, la capacidad de conocer y el amor; la imaginación para visualizar ese mundo feliz, el conocimiento para saber las condiciones que harían posible lo imaginado y el amor para construir entre todo el género humano esa utopía.

Siempre atinado en sus preguntas, apuntando al corazón de los problemas filosóficos, Alfonso ha dado muestra del filósofo que lleva la crítica filosófica hasta sus últimas consecuencias, invitando a reflexionar una y otra vez.

Alfonso Ávila nos da un testimonio, con su vida y con su obra, no solo de la búsqueda teórica de una utopía ética, sino de la acción generosa para lograr construirla.

Bibliografía

Aristóteles (1985). Ética Nicomáquea. Madrid: Gredos.

Ávila Del Palacio, A. (2000). *Estructura matemática de la Teoría Keynesiana*. México: Fondo de Cultura Económica.

_____ (2004). *Discurso de apertura de la Maestría en Ciencias y Humanidades*.

_____ (2007). *Sobre la felicidad, las teorías y un mundo mejor*. México: UJED.

_____ (inédito). *¿Es posible un mundo mejor?*

Sánchez Vázquez, A. (1975). *Del socialismo científico al socialismo utópico*. México: Era.

Comentario a Gerardo Aguirre

Alfonso Ávila

Gerardo Aguirre es para mí como un hermano. Por eso no podía faltar su valiosa contribución en este inmerecido homenaje a mi titipuchal de años. Creo que él y yo tenemos una visión del mundo muy semejante e, incluso, una actitud parecida frente a la vida, por ello nos enfrascamos juntos en esa gran aventura de promover la filosofía en Durango y fundar el Instituto de Estudios Filosóficos de Durango, A.C., que ahora dirige él.

Sin embargo, mientras yo enfoqué principalmente mis divagaciones filosóficas en aclarar cuestiones de segundo orden, él siempre ha conservado sus preocupaciones filosóficas de primer orden en el terreno de la ética. Debido a eso, rescata en su escrito mis pininos en ese terreno, lo cual le agradezco enormemente. Los describe acertadamente como utopías y creo que también coincidimos en la necesidad de las utopías. El Dr. Sánchez Vázquez, amigo y mentor de ambos, dijo en una conferencia impartida en la ciudad de Durango: "Aún con las enormes dificultades que ello implica, algo a lo que no creo que pueda renunciar es a la utopía de que es posible una sociedad más equitativa, más justa". Aunque, por supuesto, también hay gente que piensa que "las utopías han perdido interés gradualmente conforme ha ido cobrando fuerza la convicción de que la investigación social debe asentarse en evidencias",[1] pero para los filósofos es difícil encontrar "evidencias", como no sea del tipo "pienso, luego existo".

[1] Comentario de un árbitro anónimo, posiblemente un sociólogo, a uno de mis libros sobre ética.

Un tema recurrente en mis escritos, como bien lo apunta Gerardo, es mi reflexión sobre la filosofía misma. De las varias versiones que he defendido al respecto destaca que para mí la filosofía es ante todo un diálogo, y estoy de acuerdo con eso. Aun en los soliloquios se dialoga con personajes ausentes o del pasado o, incluso, consigo mismo.

En una nota a pie de página, Gerardo Aguirre plantea una interesante pregunta: ¿si acaso todos los liderazgos carismáticos, puesto que ahí no hay violencia, serían generalmente buenos? Tengo mis dudas de si los liderazgos carismáticos no son violencia, es decir, no son la imposición de la voluntad de unos sobre otros. Concuerdo con Gerardo en que la imposición de la voluntad de una madre, un padre o un médico sobre la voluntad de un bebé o niño pequeño no debemos llamarla violencia, pero la imposición de la voluntad de un líder carismático sobre la voluntad de sus seguidores, si estos son adultos o, incluso, adolescentes o niños que ya razonan, creo que sí puede ser violencia. No creo que nadie deba ceder su voluntad a otro por muy carismático y bien intencionado que sea este último. Claro que, como toda buena pregunta filosófica, la respuesta no es simple. Un líder carismático, como Gandhi, por ejemplo, puede convencer a muchos que su causa es algo que debe apoyarse, como de hecho lo hizo la casi totalidad de los hindús de su tiempo. No creo que debemos llamar violencia a eso. Pero también hay líderes carismáticos, como algunos de ciertas sectas religiosas, que engatusan a un grupo de adultos para que hagan lo que el líder quiera, incluso hasta suicidarse. Ahí sí creo que hay violencia, una violencia psicológica tal vez que se aprovecha de la ignorancia, la debilidad o la infelicidad de otros.

Debo agradecer a Gerardo haber leído el borrador y sacado a luz en su escrito algunas de las ideas que propongo en mi libro aún inédito, que él llama generosamente "filosofía para la vida". En este, como en mi anterior libro sobre el comportamiento humano y social, hice un esfuerzo honesto y tal vez ingenuo por defender algunas ideas aventuradas; pero el hecho de que a un filósofo especializado en ética, como Gerardo Aguirre, no le parezcan tan descabelladas mis reflexiones en esos temas me anima a continuar "sin dar un paso atrás", como me describe con amabilidad al comienzo de su escrito.

Índice